

14. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 14.02.2008, 11:30 Uhr, neben Raum 305

Aufgabe 53 (K)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe Riemannscher Summen.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}, \\ \text{b)} & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sin(k\pi/n), \\ \text{c)} & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} \log\left(\frac{n+k}{n}\right), \\ \text{d)} & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k \left(\sqrt[n]{3}\right)^{k^2}. \end{array}$$

Aufgabe 54

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_x^{2x} \frac{\cos t}{1+t^2} dt, \\ \text{b)} & \lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt. \end{array}$$

Hinweis: Mittelwertsatz der Integralrechnung bzw. Regeln von de l'Hospital.

Aufgabe 55 (K)

Berechnen Sie jeweils das unbestimmte Integral:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \int \frac{x^5 - 3x^4 + x^3 - 2x^2 - 5x - 4}{x^3 - 3x^2 + x - 3} dx, \\ \text{b)} & \int \frac{2 - 4x + 3x^2}{x^3 - 3x^2 + 4x - 2} dx, \\ \text{c)} & \int \frac{x^2}{1-x^4} dx, \\ \text{d)} & \int \frac{1}{1+x^4} dx. \end{array}$$

Aufgabe 56

Es sei $\beta > 0$. Berechnen Sie mit partieller Integration die Integrale

$$I_n(\beta) := \int_0^\beta x^n e^{-x} dx \quad (n \in \mathbb{N}_0),$$

und bestimmen Sie anschließend für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ den Grenzwert $\lim_{\beta \rightarrow \infty} I_n(\beta)$.