

**SEMINAR ZUR DISTRIBUTIONENTHEORIE
IM SOMMERSEMESTER 2023**

INSTITUT FÜR ANALYSIS - PATRICK TOLKSDORF
TOLKSDORF@UNI-MAINZ.DE

Hintergrund. Stellen Sie sich eine Welt vor, in der man *jede* Funktion beliebig oft differenzieren kann, sei sie noch so *irregulär*. Oder eine Welt, in der – bis auf in einem Punkt – eine Funktion *identisch Null* ist, ihr Integral jedoch den Wert *Eins* hat. Diese Welt würde es erlauben sorglos mit Ableitungen zu rechnen ohne sich jemals knifflige Gedanken über Differenzierbarkeiten zu machen und klingt irgendwie zu schön um wahr zu sein ...

Nun, mit dem klassischen Begriff der Funktion bleibt dies auch leider eine Utopie. Allerdings haben die fundamentalen Umbrüche in der Physik zu Beginn des 20. Jahrhunderts, die zur Entwicklung der modernen Quantenmechanik geführt haben, die Existenz eines solchen Funktionenkalküls, der sogenannten *verallgemeinerten Funktionen*, erforderlich gemacht. Ein Vorreiter dieses Kalküls war der Nobelpreisträger *Paul Dirac*. Er nutzte obige Funktion, die sogenannte Delta-Distribution, um Punktladungen wie Elektronen mathematisch in seiner Quantentheorie beschreiben zu können. Eines von Dirac's Leitprinzipien war, dass eine physikalische Theorie nur dann einen Wert hatte, wenn ihr eine ästhetische Mathematik zugrunde lag. Allerdings stand Dirac's formaler Funktionenkalkül noch auf wackeligen Füßen, da das mathematische Fundament dieses Kalküls zu dieser Zeit gar nicht existierte.

Das mathematische Fundament wurde schließlich von *Laurent Schwartz* in seinem 1945 erschienenen Artikel *Généralisation de la notion de fonction, de dérivation, de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques* gelegt. Diese Theorie ist heute als Distributionentheorie bekannt und derart grundlegend für die Theorie partieller Differentialgleichungen, dass Laurent Schwarz im Jahr 1950 die Fields Medaille für die Entwicklung dieser Theorie erhalten hat.

In diesem Seminar wollen wir Einblicke in diese Theorie erhalten. Einige Inhalte werden auch in der Vorlesung *Harmonische Analysis* behandelt, die ebenfalls im Sommersemester angeboten wird. Dies soll kein Problem darstellen; wir werden möglichst versuchen, dass Personen, die parallel die *Harmonische Analysis* hören, fortgeschrittenere Themen erhalten, die über die Vorlesung hinausgehen und dass Personen, die diese Vorlesung nicht besuchen, uns die Grundlagen der Distributionentheorie verdeutlichen.

Vorbesprechung. Diese findet am

Mittwoch, 15.02., in Raum 2.067 um 13:15 Uhr statt.

Voraussetzungen.

- Analysis 1-3
- Funktionalanalysis

Literatur.

- J.J. Duistermaat und J.A.C. Kolk. Distributions. Birkhäuser, New York, 2010.
Das Buch ist in der Bibliothek als e-Book erhältlich.