Karlsruher Institut für Technologie | Institut für Analysis

JProf. Dr. Jens Rottmann-Matthes
M.Sc. Robin Flohr

# Dynamische Systeme, WS 16/17

## Aufgabenblatt 2

**Aufgabe 1** (6 Punkte)

a) Beenden Sie den Beweis von Lemma 3.5 aus der Vorlesung:

Sei $(X, \mathbb{T}, (\varphi^t)_{t\in\mathbb{T}})$ ein separat stetiges DS, $M \subset X$. Die Menge $M$ ist eine invariante Menge genau dann, wenn für jedes $u \in M$ eine globale Bewegung $\Phi^u$ durch $u$ mit Bild in M existiert.

Dafür bleibt zu zeigen, dass $\Phi^u$ definiert durch

$$\Phi^u(t) := \begin{cases} \varphi^t(u), & t \in \mathbb{T}, \\ \varphi^{t-n}(u_n), & n := \lfloor t \rfloor,\ t < 0, \end{cases}$$

mit $u_n$ induktiv wie in der Vorlesung definiert, eine globale Bewegung durch $u$ in $M$ ist.

**Aufgabe 2** (6 Punkte)

Sei $X = \big\{(u_n)_{n\in\mathbb{N}} \mid u_n \in \{0,1\}, \forall n \in \mathbb{N}\big\}$ mit

$$d((u_n)_{n\in\mathbb{N}}, (v_n)_{n\in\mathbb{N}}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|u_n - v_n|}{2^n}.$$

a) Zeigen Sie, dass $X$ ein kompakter metrischer Raum ist.

b) Betrachten Sie das DS $(X, \mathbb{N}, (\varphi^n)_{n\in\mathbb{N}})$, erzeugt vom Bernoulli-Shift

$$\varphi^1((u_n)_{n\in\mathbb{N}}) = (u_{n+1})_{n\in\mathbb{N}}.$$

Zeigen Sie, dass dies ein separat stetiges DS ist.

c) Können Sie ein Element $u \in X$ finden, so dass $\omega(u) = X$ gilt?

**Aufgabe 3** (6 Punkte)

Betrachten Sie das dynamische System erzeugt durch die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\begin{cases} r'(t) = r(t)\big(1 - r(t)\big), \\ \alpha'(t) = 1. \end{cases}$$

Sei $B = [-2, 2]^2$. Bestimmen Sie die Mengen $\omega(B)$ und $\bigcup_{b\in B} \omega(b)$ und vergleichen Sie diese.

**Abgabe:** Bis Mittwoch, 2. November 13 Uhr (Postfach im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik).