Karlsruher Institut für Technologie | Institut für Analysis

JProf. Dr. Jens Rottmann-Matthes
M.Sc. Robin Flohr

Dynamische Systeme, WS 16/17

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Beweisen Sie Folgerung 1.8 aus der Vorlesung:
Sei $(X, \mathbb{T}, (\varphi^t)_{t\in\mathbb{T}})$ ein stetiges DS, $\emptyset \neq U \subset X$ offen mit $\varphi^t(\overline{U}) \subset U$, $\forall t > 0$ und für jedes $t > 0$ sei $\varphi^t(U)$ relativ kompakt. Dann ist $\mathcal{A} = \omega(U) = \bigcap_{t\geq 0} \varphi^t(U)$ Attraktor, der U anzieht.

Hinweis: Um $\omega(U) = \bigcap_{t\geq 0} \varphi^t(U)$ zu zeigen, benutzen Sie, dass jede abgeschlossene Menge M in einem metrischen Raum $M = \bigcap_{\substack{U\supset M \\ U \text{ offen}}} U$ erfüllt.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Konstruieren Sie ein

a) diskretes

b) kontinuierliches

dynamisches System, welches einen anziehenden Fixpunkt besitzt, der aber kein Attraktor ist.

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, wie ein entsprechendes Phasenbild aussähe.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Beweisen Sie, dass das Lorenz-System einen Attraktor besitzt.

Hinweis: Benutzen Sie die in der Vorlesung im Beispiel erklärte Funktion V.

Abgabe: Bis Mittwoch, 23. November 13 Uhr (Postfach im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik).