Karlsruher Institut für Technologie | Institut für Analysis

JProf. Dr. Jens Rottmann-Matthes
M.Sc. Robin Flohr

Dynamische Systeme, WS 16/17

Aufgabenblatt 8

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Beweisen Sie die Folgerung 4.3 aus der Vorlesung: Sei $u_0 \in \mathcal{B}(\mathcal{A})$. Dann gibt es

- $(\varepsilon_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $\varepsilon_n \to 0$ für $n \to \infty$,
- $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $t_0 = 0$, $0 < t_{n+1} - t_0 \to \infty$ für $n \to \infty$,
- $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $v_n \in \mathcal{A}$,

so dass gelten

a) $\|\varphi^t(u) - \varphi^{t-t_n}(v_n)\| \le \varepsilon_n$ für $t_n \le t \le t_{n+1}$,

b) $\|v_{n+1} - \varphi^{t_{n+1}-t_n}(v_n)\| \to 0$ für $n \to \infty$.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Beweisen Sie eine (beliebige) Richtung von Lemma 1.7 der Vorlesung:
Sei $f \in \mathcal{C}^1(U, \mathbb{R}^m)$, $U \subset \mathbb{R}^m$ offen, $u_0 \in U$ und $\gamma(u_0)$ ein T-periodischer Orbit von $\dot{u} = f(u)$. Ferner sei $P : V_P \to \Sigma$ eine Poincaré-Abbildung des periodischen Orbits bezüglich eines lokal transversalen Schnittes Σ bei u_0. Dann sind äquivalent:

a) $\gamma(u_0)$ ist (asymptotisch) stabil für das von $\dot{u} = f(u)$ erzeugte (lokale) dynamische System,

b) $\{u_0\}$ ist (asymptotisch) stabil für das von $v_{n+1} = P(v_n)$ erzeugte (lokale) diskrete dynamische System.

Hinweis: Man benötigt Lemma 1.8 aus der Vorlesung.

Abgabe: Bis Mittwoch, 14. Dezember 13 Uhr (Postfach im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik).