

Übungsblatt 1
Schulmathematik nach dem ersten Studienjahr wiederentdecken
Wintersemester 2014/15

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Begründe die folgenden Aussagen:

- (a) Wenn die alternierende Quersumme einer Zahl zur Basis 37 durch 19 teilbar ist, dann ist die Zahl selbst bereits durch 19 teilbar.
- (b) Schreibt man eine beliebige natürliche Zahl auf und ihr Spiegelbild¹ dahinter, dann ist die so entstandene Zahl durch 11 teilbar.
- (c) Schreibt man eine dreistellige Zahl zweimal hintereinander, so ist die entstandene sechsstellige Zahl durch 77 teilbar.
- (d) Schreibt man eine zweistellige Zahl dreimal hintereinander, dann ist die entstandene sechsstellige Zahl durch 21 teilbar.

Aufgabe 2 (4 Punkte, 1 Vortragspunkt je Teilaufgabe)

- (a) Zeige: Ist eine natürliche Zahl k durch 3 teilbar, dann ist auch jede Zahl, die durch Permutation der Ziffern von k entsteht, durch 3 teilbar.
- (b) Sei n eine natürliche Zahl. Zeige: Wenn die aus den letzten i Stellen von n gebildete Zahl durch 2^i teilbar ist, dann ist auch n durch 2^i teilbar.

Aufgabe 3 (4 Punkte, 1 Vortragspunkt je Teilaufgabe)

- (a) Zeige: $X - c$ teilt $X^l - c^l$ für jede natürliche Zahl $l > 0$.
Hinweis: Geometrische Reihe.
- (b) Sei $f = \sum_{i=0}^k a_i \cdot X^i$ ein Polynom. Zeige: Wenn $f(c) = 0$ gilt, dann ist f teilbar durch das Polynom $X - c$.

– bitte wenden –

¹Mit „Spiegelbild“ ist die Zahl gemeint, die entsteht, wenn man die Ziffern einer Zahl in Dezimaldarstellung in umgekehrter Reihenfolge aufschreibt.

Aufgabe 4 (4 Punkte, einmalig 1 Vortragspunkt)

Entwerfe eine Aufgabe die sich möglichst auf alltägliche Sachverhalte bezieht und – evtl. durch ein Beispiel – einen der folgenden Aspekte der Teilbarkeit thematisiert:

- Aus a teilt b und a teilt c folgt a teilt $b+c$. Der Umkehrschluss gilt im Allgemeinen nicht.
- Sind p und q verschiedene Primzahlen, dann gilt: Wenn p und q eine Zahl a teilen, dann teilt auch $p \cdot q$ die Zahl a . Ohne die Forderung, dass p und q prim sind, gilt die Aussage im Allgemeinen nicht.

Verfasse außerdem eine Musterlösung zu deiner Aufgabe.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 29. Oktober 2014, zu Beginn der Übung an den Übungsleiter.