Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
PD Dr. Stefan Kühnlein, Prof. Dr. Sebastian Wartha,
Dr. Klaus Spitzmüller, Prof. Dr. Wolfgang Reichel
Dipl.-Math. Felix Wellen

Übungsblatt 2
Schulmathematik nach dem ersten Studienjahr wiederentdecken
Wintersemester 2014/15

Aufgabe 1 (4 Punkte, 1 Vortragspunkt für (c))

(a) Berechne $\operatorname{ggT}(3293, 2701)$.

(b) Berechne eine Dezimaldarstellung von $\frac{3293}{2701}$.

(c) Welche Periodenlängen können in Dezimaldarstellungen von Zahlen der Form $\frac{a}{37}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ auftreten?

Aufgabe 2 (5 Punkte, je 1,5 Vortragspunkte)

(a) Zeige: Für eine reelle Zahl $r \in (0, 1)$ mit rein periodischer Dezimaldarstellung gibt es stets natürliche Zahlen s und l, sodass

$$r = s \cdot \sum_{i=1}^{\infty} 10^{-il}$$

gilt.

(b) Zeige, dass jeder Bruch $q \in \mathbb{Q}$ so als $q = \frac{z}{n}$ geschrieben werden kann, dass $n = 9 \dots 90 \dots 0$ gilt – also dass es $i, j \in \mathbb{N}$ gibt und n genau $i + j$ Ziffern hat, wobei die ersten i Ziffern jeweils 9 und die letzten j Ziffern jeweils 0 sind.

Aufgabe 3 (3 Punkte)
Stelle $\frac{1}{5}$ zur Basis 2 dar. Bestimme dazu $a_i \in \{0, 1\}$ für $i \in \mathbb{N}$, sodass

$$\frac{1}{5} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i}{2^i}$$

gilt.

Aufgabe 4 (4 Punkte, einmalig 1 Vortragspunkt)
Entwerfe eine Aufgabe, die anhand von Beispielen die Uneindeutigkeit der Dezimaldarstellung aufzeigt. Versuche, den Leser selbst den Schluss ziehen zu lassen, dass eine rationale Zahl mehrere Dezimaldarstellungen haben kann.
Verfasse außerdem eine Musterlösung zu deiner Aufgabe.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 5. November 2014, zu Beginn der Übung an den Übungsleiter.