

Übungsblatt 8

Schulmathematik nach dem ersten Studienjahr wiederentdecken Wintersemester 2014/15

Aufgabe 1 (4 Punkte, 1,5 Vortragspunkte für (a)+(b))

- (a) Drei Weiden der Größen $3,3$ ha, 10 ha und 25 ha seien gleichdicht mit Gras bewachsen, das mit konstanter Geschwindigkeit nachwächst. Auf der kleinsten Weide können zwölf Schafe vier Wochen lang weiden, bis kein Gras mehr vorhanden ist. Auf der mittelgroßen Weide können 24 Schafe zehn Wochen lang weiden. Wie viele Schafe können höchstens auf die große Weide, wenn es mindestens 16 Wochen dauern soll, bis das Gras aufgebraucht ist?
- (b) Was wurde in (a) idealisiert und welche Idealisierungen müssen außerdem beim Lösen der Aufgabe gemacht werden, um eine Modellierung der Aufgabe als lineares Gleichungssystem zuzulassen?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Entscheide, ob es einen Körper \mathbb{K} und ein inhomogenes lineares Gleichungssystem über \mathbb{K} gibt, das genau

- (a) 4
(b) 5
(c) 6

Lösungen hat. Gib in jedem Fall, in dem ein solches Gleichungssystem existiert, ein solches Gleichungssystem und den dazugehörigen Körper an. Zeige in den übrigen Fällen, dass es kein Gleichungssystem mit den geforderten Eigenschaften gibt – dabei darf die Tatsache verwendet werden, dass es für jeden endlichen Körper \mathbb{K} eine Primzahl p und $d \in \mathbb{N}$ gibt, sodass \mathbb{K} genau p^d Elemente hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte, 1,5 Vortragspunkte)

Gegeben sind die folgenden Rezepte¹:

Mandeln(g)	Zucker(g)	Eiweiß	Eigelb	Mehl(g)	Ergibt
140	140	2			28 Makronen
125	185		1	600	55 Vanillekipferl
	160		1	250	30 Ausstecher
175	175	2			21 Zimtsterne

¹Um Ausstecher und Vanillekipferl zu backen, braucht man noch Butter. Auf dieses und weitere Details wurde verzichtet.

Nun stehen 500 Gramm Mandeln, ein Kilogramm Zucker, 1,5 Kilogramm Mehl und 4 Eier zur Verfügung. Zehn Gramm Mehl werden auf dem Tisch verteilt. Finde alle Möglichkeiten, nach obigen Rezepten Plätzchen aus diesen Zutaten zu backen, sodass alle Zutaten restlos aufgebraucht werden.

Achtung: Die Menge an Eigelb(-weiß), die für ein Rezept verwendet wird, muss nicht ein ganzes Vielfaches eines Eigelbs(-weiß) sein.

Aufgabe 4 (4 Punkte, je einmalig 1 Vortagspunkt für (b) und (c))

Entwerfe und löse jeweils eine (möglichst interessante) Einsteigeraufgabe zum Thema Lineare Gleichungssysteme für

- (a) Schüler der achten Klasse (2 Gleichungen mit 2 Unbekannten),
- (b) Schüler der zwölften Klasse (3 Gleichungen mit 3 Unbekannten),
- (c) und Studenten im ersten Semester.

Abgabe: Bis Mittwoch, den 17. Dezember 2014, zu Beginn der Übung an den Übungsleiter.