Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität · gegründet 1825

Institut für Angewandte
und Numerische Mathematik

Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft I

Prof. Dr. Andreas Rieder, PD Dr. Nicolas Neuss

10. Übungsblatt

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Mit dem Vektor $x_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ werden folgende Operationen durchgeführt:

a) $x_1 = A_1 x_0$, wobei A_1 die Matrix einer linearen Abbildung ist, welche die x-Achse um den Faktor 3 streckt, die y-Achse aber unverändert lässt.

b) $x_2 = A_2 x_1$, wobei A_2 die Matrix einer Drehung um 90° im Uhrzeigersinn ist.

c) $x_3 = A_3 x_2$, wobei A_3 die Matrix einer Spiegelung an der Gerade $x = -y$ ist.

d) $x_4 = A_4 x_3$, wobei A_4 eine Skalierung mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ bei gleichzeitiger Drehung um 180° ist.

Geben Sie die Matrizen A_1, A_2, A_3, A_4 (2 Punkte) und die Vektoren x_1, x_2, x_3, x_4 (2 Punkte) an. Berechnen Sie dann die Matrix $A = A_4 A_3 A_2 A_1$ der Gesamtabbildung (1 Punkt), sowie den Vektor y, der durch A auf den Vektor $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ abgebildet wird (1 Punkt).

Hinweis: Die Spalten $a_1, \dots, a_n$ der zu einer linearen Abbildung φ gehörenden Matrix A_φ erhält man als Bilder $a_i = \varphi(e_i)$ der Standardbasisvektoren $e_1, \dots, e_n$.

Aufgabe 2: (2 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für ein Paar von Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, für welche $AB \neq BA$. Die Matrizen A und B sollen dabei eine geometrische Interpretation als Drehung, Spiegelung, Streckung oder ähnlichem besitzen. Geben Sie auch diese Interpretation an.

Aufgabe 3: (2 Punkte)

Sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mit $\delta := ad - bc \neq 0$. Leiten Sie eine explizite Formel für die Inverse A^{-1} her.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

a) Berechnen Sie die LR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & -5 & 4 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Verwenden Sie diese Zerlegung, um die Inverse A^{-1} zu berechnen.

c) Sei nun A wie oben, aber mit variablem $A_{33} = \lambda$. Finden Sie denjenigen Wert von λ, für den A^{-1} nicht existiert. Geben Sie für diesen Fall auch den Unterraum Kern(A) an.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Löungen bis zum **22.1.2006**, **11.00 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik I für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Gruppe (A-D) sowie Ihre/n Tutor/-in.