Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft I

Prof. Dr. Andreas Rieder, PD Dr. Nicolas Neuss

11. Übungsblatt

Aufgabe 1: (6 Punkte)
Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie eine Permutationsmatrix $P \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ so, dass PA eine LR-Zerlegung besitzt, und berechnen Sie diese LR-Zerlegung.

b) Verwenden Sie L, R und P zur Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ mit $b = (2, 5, 1, 1)^T$.

Aufgabe 2: (3 Punkte)
Sei $A \in \mathbb{K}^{n\times n}$. Beweisen Sie:

a) (1 Punkt) $\forall \lambda \in \mathbb{K}: \ \det(\lambda A) = \lambda^n \cdot \det A$.

b) (2 Punkte) Entsteht $B \in \mathbb{K}^{n\times n}$ aus A durch Vertauschen einer Spalte oder Zeile, so gilt $\det B = -\det A$.

Aufgabe 3: (3 Punkte)
Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ -6 & 0 & -2 & -13 \\ 3 & 4 & 4 & 7 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

a) (2 Punkte) Berechnen Sie $\det A$.

b) (1 Punkt) Bestimmen Sie $\det(\frac{1}{2}A^2)$, $\det(A^T A^{-1})$ und $\det((A^T)^{-1}A^3)$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)
Gegeben sei die Matrix $A_n = \{a_{ij}\}_{i,j=1,\dots,n}$ mit

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j+1) \vee (i = j-1) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie:

$$\det A_n = \begin{cases} 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \\ (-1)^{\frac{n}{2}}, & \text{für } n \text{ gerade} \end{cases}$$

Abgabe: Werfen Sie Ihre Löungen bis zum **29.1.2006**, **11.00 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik I für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Gruppe (A-D) sowie Ihre/n Tutor/-in.