Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft I

Prof. Dr. Andreas Rieder, PD Dr. Nicolas Neuss

12. Übungsblatt

Aufgabe 1: (6 Punkte)
Mit Hilfe der Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; v_3 = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \; w_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \; w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; w_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \; w_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sei die lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definiert durch

$$\varphi(v_1) = w_1 + w_2, \quad \varphi(v_2) = w_1 + w_3, \quad \varphi(v_3) = w_1 + w_4.$$

Geben Sie die Abbildungsmatrix A von φ bezüglich der Standardbasen in $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}^4$ an, d.h. bestimmen Sie $A \in \mathbb{R}^{4\times 3}$ derart, dass $\varphi(x) = Ax$ für alle $x \in \mathbb{R}^3$ gilt.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Gegeben sei die lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3,\ \varphi(x) = Ax$, mit $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Finden Sie eine Basis $\{v_3, v_4\}$ von Kern(A).

b) Ergänzen Sie diese zu einer Basis $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ von $\mathbb{R}^4$.

c) Finden Sie eine Basis $\mathcal{C} = \{w_1, w_2, w_3\}$ des $\mathbb{R}^3$, so dass φ bezüglich $\mathcal{B}$ und $\mathcal{C}$ die Normalform

$$D_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hat.

Aufgabe 3: (4 Punkte)
In der Praxis kann nicht nur die Wahl einer Basis, sondern auch die Wahl des Koordinatenursprungs nützlich sein. So sind etwa die vier Punkte

$$p_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \; p_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \; p_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \; p_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

die Ecken eines Parallelogramms. Finden Sie ein $b \in \mathbb{R}^2$ und ein $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, so dass für die affin-lineare Abbildung $\varphi : x \mapsto x = b + Ax$ gilt

$$\varphi(0) = p_1, \quad \varphi(e_1) = p_2, \quad \varphi(e_2) = p_3, \quad \varphi(e_1 + e_2) = p_4\,.$$

Geben Sie auch die Umkehrabbildung φ^{-1} in der Form $\varphi^{-1}(x) = \tilde{b} + \tilde{A}x$ an.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Löungen bis zum **5.2.2006**, **11.00 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik I für Informationswirte" im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Gruppe (A-D) sowie Ihre/n Tutor/-in.