



Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft I

Prof. Dr. Andreas Rieder, PD Dr. Nicolas Neuss

13. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Die lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ hat folgende Eigenwerte und Eigenvektoren:

$$\lambda_1 = 2, v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = -1, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = -3, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Darstellung von φ (d.h. die zugehörige Matrix A) in der Standardbasis.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Die lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ hat bezüglich der Standardbasis die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 1/6 & 1/2 & 1/2 \\ -7/6 & -3/2 & -5/2 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren, und geben Sie eine Transformationsmatrix S an, so dass $S^{-1}AS$ diagonal ist.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Wir definieren für $p \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ die Funktionen $\|\cdot\|_p : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ gemäß

$$\|x\|_p : x \mapsto \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}, \quad \|x\|_\infty := \max_{i=1, \dots, n} |x_i|$$

Bearbeiten Sie nun folgende Aufgaben:

- a) Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}^n$ gilt

$$\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \sqrt{n} \|x\|_\infty.$$

- b) Skizzieren Sie für $n = 2$ und $p = 1, 2, \infty$ sowie $p = \frac{1}{2}$ die „Einheitskreise“ $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\|_p = 1\}$.
- c) Warum ist $\|\cdot\|_{1/2}$ keine Norm auf \mathbb{R}^2 ?

Aufgabe 4: (2 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass für *hermitesche* Matrizen (d.h. $A^* = A$) alle Eigenwerte $\lambda \in \mathbb{C}$ auf der reellen Achse liegen. Zeigen Sie auf ähnliche Weise, dass für sogenannte *unitäre* Matrizen mit $A^{-1} = A^*$ alle Eigenwerte $\lambda \in \mathbb{C}$ den Betrag 1 haben.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **12.2.2006, 11.00 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik I für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Gruppe (A-D) sowie Ihre/n Tutor/-in.