



Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft I

Prof. Dr. Andreas Rieder, PD Dr. Nicolas Neuss

2. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei $M = \mathbb{N}$. Geben Sie Beispiele von Funktionen $f_1, f_2, f_3 : M \rightarrow M$, so dass f_1 injektiv, aber nicht surjektiv, f_2 surjektiv, aber nicht injektiv, f_3 aber bijektiv ist. Kann man solche Funktionen auch finden, wenn M eine endliche Menge ist? Warum (nicht)?

Aufgabe 2: (6 Punkte)

a) Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind. Geben Sie in letzterem Fall die Umkehrfunktion an.

(i) $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow x^3$,

(ii) $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, x \rightarrow x^4$,

(iii) $f_3 : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow x^2$,

(iv) $f_4 : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, x \rightarrow x^2$.

b) Entscheiden Sie, ob für die Funktionen $f_i : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, i = 1, 2$, gilt: $f_1 \circ f_2 = f_2 \circ f_1$ für

(i) $f_1(x) = x, f_2(x) = x^3$,

(ii) $f_1(x) = 2x, f_2(x) = x^3$.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

a) Sei $f : M \rightarrow \mathcal{P}(M)$ eine Abbildung von einer (endlichen oder unendlichen) Menge M in ihre Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ und $A := \{a \in M \mid a \notin f(a)\}$. Zeigen Sie: Es gibt kein $m \in M$ mit $f(m) = A$.

b) Folgern Sie aus Punkt 2, dass es keine surjektiven Abbildungen von $M (\neq \emptyset)$ auf $\mathcal{P}(M)$ geben kann. (Zu diesem Phänomen sagt man auch: „ $\mathcal{P}(M)$ ist immer mächtiger als M “.)

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Ausgehend von den in der Vorlesung angegebenen Additionstheoremen

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

leiten Sie Theoreme für die Größen $\cos(2\alpha)$, $\sin(2\alpha)$, $\cos(\frac{\alpha}{2})$ und $\sin(\frac{\alpha}{2})$ her (d.h. schreiben Sie auch diese als Ausdrücke in $\cos \alpha$ und $\sin \alpha$).

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **13.11.2006, 11.00 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik I für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zi. 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Gruppe (A-D) sowie Ihre/n Tutor/-in.