



Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft I

Prof. Dr. Andreas Rieder, PD Dr. Nicolas Neuss

4. Übungsblatt

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Die Funktion f sei definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} x + 2 & x < -1 \\ -x & -1 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & x > 1 \end{cases}$$

Stellen Sie f unter Zuhilfenahme der Betragsfunktion durch einen einzigen, für alle $x \in \mathbb{R}$ gültigen Ausdruck dar. Beweisen Sie auch die Gültigkeit Ihrer Darstellung.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Für $x \in \mathbb{R}$ sei

$$M_x = \{x^n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

Das Infimum (bzw. Supremum) von M_x ist dann entweder eine reelle Zahl, oder $-\infty$ (bzw. $+\infty$), falls M_x nach unten (bzw. oben) unbeschränkt ist.

- (4 Punkte) Geben Sie $\inf M_x$ und $\sup M_x$ in Abhängigkeit von x an. Kennzeichnen Sie auch die Fälle, für die Infimum bzw. Supremum in M_x liegen (also Maximum bzw. Minimum sind).
- (2 Punkte) Beweisen Sie das Ergebnis für den Fall $x = \frac{1}{2}$ formal.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Es sei $p \in \mathbb{N}$ und $a \in \mathbb{R}_0^+$, wobei $\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$. Ferner seien

$$\begin{aligned} M_1 &= \{x \in \mathbb{R}_0^+ \mid x^p < a\}, \\ M_2 &= \{x \in \mathbb{R}_0^+ \mid x^p > a\}, \end{aligned}$$

und es seien $\xi_1 = \sup M_1$ und $\xi_2 = \inf M_2$.

- Für beliebige $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_0^+$ mit $x_1 < x_2$ zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, den Axiomen (A_1) – (A_9) für \mathbb{R} , sowie den Folgerungen (F_1) – (F_{16}) , dass auch $x_1^p < x_2^p$ ist.
- Beschreiben Sie möglichst präzise *in Worten*, warum ξ_1 nicht größer als ξ_2 sein kann.
- Beweisen Sie diese Aussage formal.
- Beschreiben Sie möglichst präzise *in Worten*, warum ξ_1 nicht echt kleiner als ξ_2 sein kann. Hinweis: Betrachten Sie das arithmetische Mittel $\xi_* = \frac{1}{2}(\xi_1 + \xi_2)$.
- Beweisen Sie auch diese Aussage formal.
- Folgern Sie, dass $\xi_* = \xi_1 = \xi_2$ und $\xi_*^p = a$.

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **27.11.2006, 11.00 Uhr** in den Einwurfschlitze „Mathematik I für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Gruppe (A-D) sowie Ihre/n Tutor/-in.