Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft I

Prof. Dr. Andreas Rieder, PD Dr. Nicolas Neuss

8. Übungsblatt

Aufgabe 1: (2 Punkte)
Ist $V = \mathbb{R}$ ein Vektorraum über (a) $\mathbb{K} = \mathbb{Z}$, bzw. (b) $\mathbb{K} = \mathbb{Q}$, wobei als skalare Multiplikation von Vektoren die übliche Multiplikation in $\mathbb{R}$ verwendet wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Welche der folgenden Teilmengen des $\mathbb{R}^3 = \{x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$ sind Untervektorräume des $\mathbb{R}^3$?

a) $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$

b) $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 = 1\}$

c) $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 = 0 \vee x_3 = 0\}$

d) $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 = 0 \wedge x_3 = 0\}$

e) $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 \cdot x_2 = 0\}$

f) $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}\}$

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 3: (4 Punkte)

a) Die Teilmenge $V = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 3x_2 + 5x_3 = 0\}$ definiert eine Ebene im $\mathbb{R}^3$. Finden Sie ein Paar Vektoren, welche diese Ebene aufspannen.

b) Wählen Sie aus $v_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $v_4 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, eine möglichst große Teilmenge linear unabhängiger Vektoren aus, und stellen Sie die anderen als deren Linearkombination dar.

Aufgabe 4: (5 Punkte)
Es seien U_1, U_2 Untervektorräume des Vektorraumes V. Zeigen Sie

a) Der *Schnitt* $U_1 \cap U_2$ ist ebenfalls ein Untervektorraum von V.

b) Die *Vereinigung* $U_1 \cup U_2$ ist nur dann Untervektorraum von V, wenn $U_1 \subset U_2$ oder $U_2 \subset U_1$.

c) Die *Summe* $U_1 + U_2 := \{v \in V \mid v = u_1 + u_2,\ u_1 \in U_1,\ u_2 \in U_2\}$ ist ein Untervektorraum von V.

d) (2 Punkte) Falls U_1, U_2 endliche Dimension haben, so auch $U_1 \cap U_2$ und $U_1 + U_2$, und es gilt

$$\dim U_1 + \dim U_2 = \dim(U_1 \cap U_2) + \dim(U_1 + U_2)$$

Abgabe: Werfen Sie Ihre Löungen bis zum **8.1.2006**, **11.00 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik I für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Gruppe (A-D) sowie Ihre/n Tutor/-in.