

Wissenschaftliches Rechnen

Sommersemester 2019

Übungsblatt 4

Aufgabe 13 (Programmaktualisierung)

Denken Sie daran, Ihr Programm mit `git pull origin praktikum` zu updaten und mit `cmake ..` und `make -j neu` zu compilieren. Falls Sie Probleme haben können Sie ihr Programm mit `git reset --hard origin/praktikum` auf den Stand der letzten Woche setzen und dann neu updaten. Alternativ können Sie auch mit `git checkout path` einzelne Dateien mit dem Dateipfad `path` zurücksetzen.

Aufgabe 14 (Gemischte Finite Elemente)

Mittels Diskretisierung des bekannten Modellproblems der Regenwassereinsickerung mit gemischten Finiten Elementen erhalten wir ein Sattelpunktproblem, welches auf ein lineares Gleichungssystem der Form

$$\begin{aligned} Aq + Bu &= g \\ B^T q &= 0 \end{aligned}$$

mit Matrizen

$$\begin{aligned} A[f, f'] &= \int_{\Omega} \kappa^{-1} \psi_f \cdot \psi_{f'} dx \\ B[f, K] &= \int_K \operatorname{div} \psi_f dx \end{aligned}$$

führt.

Verwenden Sie im Folgenden die Konfigurationsdatei `mixed.conf`. Achten Sie darauf, dass in der Konfigurationsdatei `m++conf loadconf = mixed.conf` gesetzt ist.

Zum Lösen des Sattelpunktproblems können Sie die gemischten Finite Elemente mit Hilfe von `Model = Mixed` in der `mixed.conf` auswählen.

1. Verifizieren Sie, dass die Ein- und Ausflussbedingung für `Problem = Simple2D` und insbesondere für `Problem = Discontinuous` für verschiedene Level erfüllt werden und erstellen Sie ein paar aussagekräftige Plots Ihrer Lösungen.
2. Der Fehler des Sattelpunktproblems kann abgeschätzt werden durch

$$\|q - q_h\| \leq C \|q_h - \kappa \nabla u_h\|,$$

wobei u_h die Approximation des Modellproblems wie in Aufgabe 4) aus Übungsblatt 1 bezeichnet, d.h. durch lineare Finite Elemente. Mit Hilfe von `Model = DualPrimal` wird der Fehler $\|q_h - \kappa \nabla u_h\|$ berechnet und unter `Dual-Primal Error` ausgegeben.

Erstellen Sie zu folgenden Problemstellungen Fehlertabellen und ermitteln Sie jeweils die Konvergenzrate p (wobei $\|q - q_h\| = O(h^p)$ mit der Ortsschrittweite $h_l = 2^{-l} h_0$ auf Verfeinerungslevel l):

- (a) `Problem = Simple2D`
`Mesh = Square500 level = 0, ..., 4`
- (b) `Problem = Discontinuous`
`Mesh = Square500 level = 0, ..., 4`
- (c) `Problem = LinearAffineInflowProblem`
`Mesh = UnitSquare level = 4, ..., 7`

Hierbei beschreibt `Problem = LinearAffineInflowProblem` einen linearen Zufluss am Einflussrand ($\nabla u(x, y) \cdot n = -1 - x$ für $y = 1$).

Notieren Sie sich zusätzlich Anzahl an Iterationsschritten des linearen Löser und dessen Konvergenzrate um die Ergebnisse in der Bonusfrage mit den Hybriden Elementen zu vergleichen.

Aufgabe 15 (Hybride Finite Elemente - Bonusfrage)

Wiederholen Sie die Rechnungen mit Hybriden Finiten Elementen. Verwenden Sie dazu die Datei `hybrid.conf` und ändern Sie dabei die Konfigurationsdatei in `m++conf`, jeweils im Verzeichnis `Praktikum/conf`. Verifizieren Sie, dass die Lösungen identisch sind. Vergleichen Sie dabei die Funktionalität der linearen Löser.

Aufgabe 16 (Praktikumsbericht # 2)

Geben Sie für den zweiten Praktikumsbericht eine kurze Zusammenfassung zu den gemischten Finiten Elementen, sowie deren Ergebnisse an. Das nächste Übungsblatt behandelt ebenfalls die gemischten Finite Elemente und soll im selben Praktikumsbericht dokumentiert werden.

Der Bericht soll bis zum **05. Juni 15:45 Uhr** eingereicht werden. Benennen Sie Ihre PDF-Datei nach `Bericht2_Nachname1_Nachname2.pdf`

Homepage:

Unter dem Link <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/einfwissrech2019s/de> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie alle Informationen zur Vorlesung.