

## Wissenschaftliches Rechnen

Sommersemester 2019

## Übungsblatt 6

### Aufgabe 20 (Programmaktualisierung)

Denken Sie daran, Ihr Programm mit `git pull origin praktikum` zu updaten und mit `cmake ..` und `make -j neu` zu compilieren. Falls Sie Probleme haben können Sie ihr Programm mit `git reset --hard origin/praktikum` auf den Stand der letzten Woche setzen und dann neu updaten. Alternativ können Sie auch mit `git checkout path` einzelne Dateien mit dem Dateipfad `path` zurücksetzen.

### Aufgabe 21 (Finite Volumen und Discontinuous Galerkin)

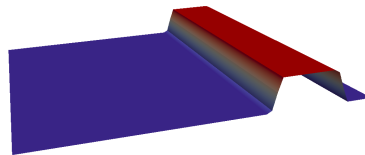
Wir betrachten zu einem gegebenen Vektorfeld  $q$  mit  $\text{div } q = 0$  die lineare Transportgleichung als Rand-Anfangswertproblem (RAWP),

$$\begin{aligned} \partial_t \rho + \text{div}(\rho q) &= 0 && \text{auf } \Omega \times [0, T] \\ \rho(0) &= \rho_0 && \text{auf } \Omega \\ \rho &= \rho_{\text{in}} && \text{auf } \Gamma_{\text{in}} = \{x \in \partial\Omega : q \cdot n < 0\} \times [0, T] \end{aligned}$$

welches mit Hilfe des Finite Volumen- bzw. discontinuous Galerkin Verfahrens gelöst werden soll. Im folgenden wollen wir zwei Probleme betrachten.

#### Problem A:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{in}} &= 0 \\ \rho_0 &= 1 \quad y \in (7, 9), \quad x \in (0, 10) \end{aligned}$$

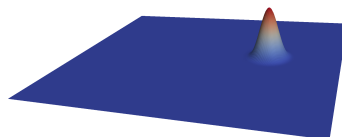


Problem = Riemann

#### Problem B:

$$\rho_0(x, y) = \begin{cases} (\cos(1/2\pi \cdot r) + 1)^2, & r = \left| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2.5 \\ 2.5 \end{pmatrix} \right| < 2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\rho_{\text{in}} = 0$$



Problem = Circle\_Wave

Der Anfangsimpuls soll entlang der Flussrichtung  $q = (q_1, q_2)^T$  bis zum Endzeitpunkt  $T$  transportiert werden.

Als Lösungsverfahren zur Zeitintegration können zwei unterschiedliche Verfahren verwendet werden:

- `rkorder = 4` (explizites Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung)
- `rkorder = -2` (implizite Mittelpunktsregel)

1. Verwenden Sie die Konfigurationsdatei `riemann.conf` mit den Einstellungen `T = 7` und `Problem = Riemann`, welches einen vertikalen Fluss  $q = (0, -1)^T$  besitzt.

Vergleichen Sie die transportierte Energie für die Finite Volumen Raumdiskretisierung `deg = 0` auf dem Gitter `Mesh = Square4` für die Zeitintegratoren `rkorder = 4`, `rkorder = -2`. Erstellen Sie dazu Tabellen mit der Energie (`Energy(u_h)`) zum Start- und zum Endzeitpunkt für die Verfeinerungslevel `level = 3, 4, 5, 6` und den Zeitschrittweiten `dt = 0.25, 0.125, 0.0625, 0.03125`:

level	dt	0.25	0.125	0.0625	0.03125
3					
4					
5					
6					

2. Betrachten Sie das Anfangswertproblem `transport.conf` mit den Einstellungen `T = 1` und `Problem = Circle_Wave`, welches einen konzentrischen Fluss  $q = 2\pi(-y, x)^T$  beschreibt.

Erstellen Sie Tabellen für die transportierte Energie zum Anfangs- und Endzeitpunkt sowie den Fehler zur exakten Lösung zum Endzeitpunkt für folgende Einstellungen mit `Mesh=Square-10x10quad`:

- (a) Raumdiskretisierung: `deg = 0` (Finite Volumen),  
 Zeitintegrator: `rkorder = -2`,  
 Verfeinerungslevel: `level = 4, 5, 6`,  
 Zeitschrittweiten: `dt = 0.00625, 0.003125, 0.0015625`.
- (b) Raumdiskretisierung: `deg = 2` (Discontinuous Galerkin 2. Ordnung),  
 Zeitintegrator: `rkorder = -2`,  
 Verfeinerungslevel: `level = 4, 5`,  
 Zeitschrittweiten: `dt = 0.0015625, 0.00078125`.

Führen Sie das Programm immer mit  $N = 4$  Prozessoren aus. Erstellen Sie zudem für ausgewählte Beispiele Plots zu geeigneten Zeitpunkten. Interpretieren Sie die Ergebnisse aus den Tabellen.

## Aufgabe 22 (3D Plots in ParaView)

Erstellen Sie aussagekräftige dreidimensionale Plots Ihrer Lösung. Gehen Sie hierbei wie folgt vor:

- Laden Sie Ihre Lösung  $U...vtk$  in ParaView.
- Wählen Sie den Filter *Cell Data to Point Data* aus und wenden Sie diesen auf Ihre Lösung an.
- Verwenden Sie anschließend noch den Filter *Warp by Scalar*.
- Ändern Sie die Ansicht von 2D auf 3D im Layout Fenster.
- Achten Sie darauf, dass der Fokus auf Ihrem Plot bleibt.

Außerdem: Falls Sie Plots über der Zeit erstellen wollen, sollten Sie ihren data Ordner leeren bevor Sie das Programm starten. Dies verhindert das ParaView die Daten von zwei unterschiedlichen Simulationen als eine ausliest.

## Aufgabe 23 (Praktikumsbericht # 3)

Schreiben Sie Ihren dritten Praktikumsbericht. Erstellen Sie aussagekräftige Plots, Tabellen und Schaubilder. Beschreiben Sie das Transportproblem und die numerischen Verfahren dieses zu diskretisieren. Erklären Sie hierfür das Finite Volumen, das Discontinuous Galerkin und die verwendeten Runge-Kutta Verfahren. Arbeiten Sie außerdem in Ihrem Ergebnisteil die Antworten auf die folgenden Leitfragen aus:

- Wie ist der zeitliche Verlauf der Masse und der Energie in Problem A? Wieso unterscheiden sich die zeitlichen Verläufe dieser Größen? Wie entstehen die Fehler zur exakten Lösung zu den unterschiedlichen Zeitpunkten?  
*Hinweis: Beachten Sie unter anderem wie der numerische Fluss definiert wurde.*
- Warum divergieren manche Simulationen und manche nicht? Was passiert bei  $rkorder = 4$  bei der Zeitschrittweite  $dt = 0.25$  und  $level = 4$  bei Problem A.
- Welche Schlüsse können Sie über das Finite Volumen und das Discontinuous Galerkin Verfahren machen wenn Sie Ihre Ergebnisse für Problem B betrachten?

Geben Sie Ihren Bericht zum **26. Juni 15:45** ab.

---

### Homepage:

Unter dem Link <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/einfwissrech2019s/de> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie alle Informationen zur Vorlesung.