

Einführung in das Wissenschaftliche Rechnen

Sommersemester 2012

1. Übungsblatt

Abgabe spätestens am 4. 5. 2012

Aufgabe 1: (Lösung der Poisson-Gleichung)

(5 Punkte)

Wir betrachten das Poisson-Problem

$$\begin{aligned} -\Delta u(x, y) &= f(x, y) && \text{in } \Omega = (0, 1) \times (0, 1) \\ u(x, y) &= g(x, y) && \text{auf } \Gamma = \bar{\Omega} \setminus \Omega, \end{aligned}$$

mit

$$f(x, y) = \sin(xy\pi)\pi^2(x^2 + y^2)$$

und

$$g(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0 \text{ oder } y = 0 \\ \sin(y\pi) & \text{für } x = 1 \\ \sin(x\pi) & \text{für } y = 1. \end{cases}$$

Schreiben Sie ein Programm, welches die partielle Differentialgleichung für $N \in \mathbb{N}$ auf dem Gitter

$$\Omega_N = \{(x_n, y_m) : x_n = n \cdot h, y_m = m \cdot h, n, m \in \{1, \dots, N-1\}\}$$

numerisch löst. Verwenden Sie dabei den „Fünf-Punkte-Stern“ zur Approximation des Laplace-Operators und erstellen Sie einen Fehlerplot zu den Diskretisierungen

$$N = 10, 20, 30, 40 \text{ und } 50.$$

Hinweis: Die exakte Lösung dieses Randwertproblems lautet

$$u(x, y) = \sin(xy\pi) \text{ (Nachrechnen!).}$$