

Einführung in das Wissenschaftliche Rechnen Sommersemester 2016

Übungsblatt zu linearen finiten Elementen mit inhomogenen Randbedingungen

Abgabe spätestens am 25.05.2016

Aufgabe 2:

Wir betrachten das zweidimensionale Poisson-Problem

$$\begin{aligned} -\Delta u(x, y) &= f(x, y) && \text{für } (x, y) \in \Omega \\ u(x, y) &= g_D(x, y) && \text{für } (x, y) \in \Gamma_D \\ \partial_\eta u(x, y) &= g_N(x, y) && \text{für } (x, y) \in \Gamma_N \end{aligned}$$

mit den Funktionen

$$f(x, y) = x + y, \quad g_D(x, y) = xy, \quad g_N(x, y) = -1.$$

Die Lösung dieses Problems soll durch lineare finite Elemente approximiert werden.

(a) Erweitern Sie die Funktion `computeAb` aus Aufgabe 2 derart, dass nun auch die inhomogenen Randbedingungen berücksichtigt werden. Der Aufruf soll durch

$$[A, b, Tarea] = \text{computeAb}(T, P, \text{EdgesDir}, \text{EdgesNeu})$$

erfolgen. Die Funktionen f , g_D und g_N sollen durch drei MATLAB-Funktionen `f`, `gD`, `gN` definiert werden.

(b) Schreiben Sie außerdem ein MATLAB-Programm `aufgabe03`, das eine Triangulierung lädt, die numerische Lösung des Randwertproblems berechnet und visualisiert. Die mit der Triangulierung bereitgestellten Arrays `EdgesDir` und `EdgesNeu` legen fest, welche Kanten der Triangulierung auf dem Dirichlet- bzw. Neumann-Rand liegen. Die Triangulierungen können von der Webseite der Vorlesung heruntergeladen werden und müssen (wie in Aufgabe 2) im Unterverzeichnis `MyGrids` abgelegt werden. Zum Laden der Triangulierungen verwenden Sie folgenden Code:

```
whichbc=1; % Welche Triangulierung bzw. Randbedingungen?
finegrid=0; % Feine oder grobe Triangulierung?

filename=['MyGrids/mygrid_case_', num2str(whichbc)];
if finegrid==1
    filename=[filename, '_fine.mat'];
else
    filename=[filename, '.mat'];
end
load(filename)
```

(Fortsetzung auf der Rückseite)

Für `finegrid=1` werden feinere Triangulierungen geladen als für `finegrid=0`. Der Parameter `whichbc` legt die Art der Randbedingungen fest:

<code>whichbc</code>	äußerer Rand	innerer Rand
1	Dirichlet	Dirichlet
2	Neumann	Dirichlet
3	Dirichlet	Neumann

Ihr Programm muss für alle `whichbc` $\in \{1, 2, 3\}$ funktionieren.

Beachten Sie die in der Vorlesung gegebenen Hinweise zur Programmierung.

(c) Für `whichbc=4` werden auf dem inneren und auf dem äußeren Rand Neumann-Randbedingungen gesetzt. In diesem Fall liefert Ihr Programm (wahrscheinlich) eine Fehlermeldung. Warum?