Institut für Angewandte und
Numerische Mathematik

PD Dr. Nicolas Neuß
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner

18.10.2010

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft (Wintersemester 2010/2011)

Übungsblatt 1

Bearbeitungszeitraum: 18.10.2010-25.10.2010

Aufgabe 1

(6 Punkte)

Am 27.9.2007 schwitzte Ingo Wirth[1] im Audimax-Hörsaal über der Klausur "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft". Alle Aufgaben erschienen ihm schwer, manche gänzlich unverständlich. An einer der einfacheren überlegte Ingo gerade. Sie lautete wie folgt:

> Wählen Sie die Seiten a und b eines Rechtecks so, dass der Umfang gleich 2 und die Fläche maximal ist. Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Wahl.

Ingo hatte das dunkle Gefühl, dass eine sehr ähnliche Aufgabe bereits auf den Übungsblättern vorgekommen war. Verwunderlich war das nicht, denn es war vor der Klausur angekündigt worden, dass sich die Klausuraufgaben zum überwiegenden Teil an den Übungsaufgaben orientieren würden. Leider konnte sich Ingo nicht genauer an die Aufgabe erinnern. Ein leises Schuldgefühl stieg in ihm hoch: Vielleicht hätte er die Übungsaufgaben ja doch hin und wieder mal selber lösen sollen, anstatt sie nur schnell abzuschreiben? Aber jetzt war es leider zu spät.
Ingo musste jetzt langsam etwas unternehmen, die Zeit lief ihm davon und übermäßig viele Punkte brachte diese Aufgabe ja nicht. Da kam ihm die Idee, dass es nicht schaden könnte einige Werte durchzuprobieren. Wenn der Umfang des Rechtecks gleich zwei ist, was wären denn dann brauchbare Werte von a und b? Vielleicht $a = b = 1$? Nein, das lieferte den Umfang 4. Aber vielleicht $a = b = \frac{1}{2}$? Ja, das ging. Alternativen waren $a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{3}$ sowie $a = \frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$ und so weiter.
Wie groß war denn nun jeweils die Fläche? Ingo stöhnte leise vor sich hin. Die Formel $A = a \cdot b$ für die Fläche eines Rechtecks war ihm noch geläufig, aber jetzt schien eine unangenehme Zeit des Kopfrechnens auf ihn zuzukommen. Wie schon einige Male während dieser Klausur ärgerte sich Ingo, dass kein Taschenrechner benutzt werden durfte. Wie rückschrittlich war doch die Universität gegenüber seiner Schule, wo er und seine Mitschüler schon seit der fünften Klasse mit Taschenrechnern hatten arbeiten dürfen! Am meisten ärgerte sich Ingo darüber, wie selbstverständlich die Ablehnung des Taschenrechners begründet worden war: Erstens seien Taschenrechner heutzutage gegenüber Computern nicht mehr abzugrenzen, so dass man bei Freigabe von Taschenrechnern alle Hilfsmittel freigeben müsste. Dann würde aber, so zweitens, der Schwerpunkt der Arbeit entsprechend mehr auf Verständnis- und Modellierungsaufgaben liegen. Nach diesen Erläuterungen waren er und seine Kommilitonen einfach gefragt worden, ob sie eine Klausur mit oder ohne Hilfsmittel wollten, und fast alle – auch Ingo – hatten sich gegen den Taschenrechner entschieden.
Es mussten also Brüche im Kopf multipliziert werden. Ingo kam das Wort "Hauptnenner" in den Sinn und dementsprechend legte er los:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2} \, .$$

[1] Name geändert

Na, das ging ja eigentlich ganz gut. Gleich die nächste Rechnung:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3} = \frac{2}{3} \, .$$

Ah, sieh an, die Fläche wurde größer! Noch einmal:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4} = \frac{3}{4} \, .$$

Wieder größer! Das schien ja auf $a = 0$ und $b = 1$ hinauszulaufen. Aber Ingos Gedächtnis schaltete sich ein und meinte, irgendwo die Beziehung $0 \cdot 1 = 0$ gelernt zu haben. Vielleicht war es ja sogar in der Vorlesung gewesen... Und so formulierte Ingo seine Antwort vorsichtiger:

> Das Maximum des Flächeninhalts wird erreicht, wenn a sehr klein (aber nicht gleich 0!) ist, und dementsprechend b fast 1 (aber nicht gleich 1!) ist.

Ingo sah sich das Ganze noch ein letztes Mal an. Ein wenig komisch kam ihm die Lösung schon vor. Aber die Zeit war knapp, und so wandte er sich der nächsten Aufgabe zu.

(nach einer wahren Begebenheit, aufgezeichnet von Nicolas Neuß)

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:

(a) (1 Punkt) Wo liegt Ingos Fehler?

(b) (2 Punkte) Zeigen Sie mit Hilfe einer Kurvendiskussion, dass die Wahl des Quadrats mit $a = b = \frac{1}{2}$ die maximale Fläche liefert.

(c) (2 Punkte) Geben Sie einen elementaren Beweis für diese Aussage (ohne Verwendung von Differentialrechnung und Kurvendiskussion).

(d) (1 Punkt) Welche geometrische Form hat bei gegebenem Umfang den größten Flächeninhalt (ohne Beweis)? Wie groß ist diese Fläche für den Umfang 2?

Abgabe
Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 25. Oktober 2010, 9.30 Uhr** in den mit "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft" gekennzeichneten Abgabekasten im 1.OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.

Zugang zum Allianzgebäude
Um in das Allianzgebäude und somit zu den Abgabekästen zu gelangen, müssen Sie einmalig Ihre KITCard an dem Kodiergerät rechts neben dem Eingang zum A-Teil (Kaiserstr. 89) freischalten lassen (das ist das "höher" gelegene Gerät). Dies kann aber bis zu einem Tag dauern!

Anmeldung zum Übungsbetrieb
Melden Sie sich bitte bis spätestens **Mittwoch, den 20. Oktober 2010, 12.00 Uhr** unter

https://ruprecht.mathematik.uni-karlsruhe.de/sso/select?nr=144

für die Teilnahme an den Übungen an (mit Ihrem KIT-Account). Wählen Sie unter diesem Link ebenfalls bis **Mittwoch, den 20. Oktober 2010, 12.00 Uhr** Ihr Tutorium. Je nach Teilnehmerzahl kann es passieren, dass ein Termin wegfällt und Sie gebeten werden, Ihre Wahl zu wiederholen.

Homepage: http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/ma1infowirt2010w/

Sprechstunden
PD Dr. Nicolas Neuß: Mittwoch, 10:00-11:30 Uhr
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner: Donnerstag, 14.30-15:30 Uhr und nach Vereinbarung