Institut für Angewandte und
Numerische Mathematik

PD Dr. Nicolas Neuß
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner

29.10.2010

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft (Wintersemester 2010/2011)

Übungsblatt 3

Bearbeitungszeitraum: 29.10.2010-08.11.2010

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es seien die Mengen M, N gegeben durch $M = \mathbb{N}$, die Menge der natürlichen Zahlen, und

$$N := \{1, -1, 3, -3, 5, -5, \dots\}$$

sei die Menge der ungeraden natürlichen Zahlen U vereinigt mit $-U$ (dabei ist $-U := \{-x\colon x \in U\}$). Finden Sie jeweils eine Funktion $f\colon M \to N$ mit den Eigenschaften.

(a) f ist injektiv, aber nicht surjektiv.

(b) f ist surjektiv, aber nicht injektiv.

(c) f ist bijektiv.

Beweisen Sie jeweils Ihre Behauptung und geben Sie in (c) die Umkehrfunktion an.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es sei $M \neq \emptyset$ eine Menge und $\mathcal{P}(M)$ ihre Potenzmenge.

(a) Es sei $f\colon M \to \mathcal{P}(M)$ eine Funktion und

$$A := \{a \in M\colon a \notin f(a)\} .$$

Zeigen Sie, dass kein $m \in M$ existiert mit $f(m) = A$.

(b) Folgern Sie, dass es keine surjektive Abbildung von M nach $\mathcal{P}(M)$ gibt.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es seien X, Y, Z Mengen und $f\colon X \to Y,\ g\colon Y \to Z$ Funktionen. Ferner sei $h\colon X \to Z$ definiert durch $h := g \circ f$. Zeigen Sie (a) und (b) und finden Sie Gegenbeispiele für (c) und (d):

(a) Sind f und g injektiv, dann ist auch h injektiv.

(b) Sind f und g bijektiv, dann ist auch h bijektiv.

(c) Ist h surjektiv, dann ist f surjektiv.

(d) Ist h injektiv, dann ist g injektiv.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Es seien

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \cos(x)$$

und

$$g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2\ .$$

(a) Bestimmen Sie die Urbilder $f^{-1}(\{0,1\})$ und $g^{-1}([1,2])$.

(b) Finden Sie ein Intervall $D_f \subset \mathbb{R}$ der Länge π und ein nichtendliches Intervall $D_g \subset \mathbb{R}$, sowie $R_f, R_g \subset \mathbb{R}$ so, dass die Funktionen

$$\tilde{f}\colon D_f \to R_f,\ x \mapsto \cos(x)$$

und

$$\tilde{g}\colon D_g \to R_g,\ x \mapsto x^2$$

bijektiv sind.

(c) Skizzieren Sie die Graphen von $\tilde{f}, \tilde{f}^{-1}, \tilde{g}$ und $\tilde{g}^{-1}$.

Abgabe

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 08. November 2010, 09.30 Uhr** in den mit "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft" gekennzeichneten Abgabekasten im 1.OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.