Institut für Angewandte und
Numerische Mathematik

PD Dr. Nicolas Neuß
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner

15.11.2010

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft (Wintersemester 2010/2011)

Übungsblatt 5

Bearbeitungszeitraum: 15.11.2010-22.11.2010

Aufgabe 1

(2 Punkte)

Zeigen Sie induktiv für $n \in \mathbb{N}_0$ und $a, b \in \mathbb{R}$, dass gilt:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} \, .$$

Aufgabe 2

(3 Punkte)

Gegeben seien die Permutationen

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \, , \quad \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \, .$$

(a) Berechnen Sie $\pi_1 \circ \pi_2$ und $\pi_2 \circ \pi_1$.

(b) Geben Sie die zwei Permutationen in Zyklenschreibweise an.

(c) Berechnen Sie π_1^{1001} und π_2^{627}.

Aufgabe 3

(5 Punkte)

In dieser Aufgabe betrachten wir ebene und räumliche Gitter. Dabei ist ein ebenes Gitter gegeben durch $\mathbb{N}_0^2$. Von einem Gitterpunkt (k, l) kommt man entlang der Gitterlinien zu den Punkten $(k-1, l), (k+1, l), (k, l-1), (k, l+1)$, solange die noch in $\mathbb{N}_0^2$ liegen. Durch solche Bewegungen kann man dann Wege im Gitter definieren. Analog funktioniert das im räumlichen Gitter $\mathbb{N}_0^3$, nur dass man in jedem Punkt 6 Richtungen zum Bewegen hat.

(a) Im Ursprung eines ebenen Gitters sitzt eine Maikäfer. Auf wievielen verschiedenen kürzesten Wegen entlang der Gitterlinien kann er zum Gitterpunkt $(2, 2)$ bzw. allgemein zu (k, l) gelangen, wobei $k, l \in \mathbb{N}_0$.

(b) Auf wievielen verschiedenen kürzesten Wegen entlang der Gitterlinien im räumlichen Gitter kann er zum Gitterpunkt $(2, 2, 2)$ bzw. allgemein (k, l, m) mit $k, l, m \in \mathbb{N}_0$ gelangen?

(c) Gibt es mehr Möglichkeiten auf dem kürzesten Weg im ebenen Gitter zum Punkt $(4, 6)$ zu gelangen oder im räumlichen Gitter zum Punkt $(2, 3, 3)$?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

(a) Beim Skatspiel (32 Karten) zieht ein Spieler 10 Karten. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er höchstens drei Buben gezogen hat? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er jeweils genau einen Buben, eine Dame und einen König gezogen hat?

(b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Lotto "6 aus 49" mindestens ein Zwilling (also ein Paar benachbarter Zahlen $k,\ k+1$) auftritt? Wir beachten dabei nicht die Zusatzzahl.

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Sei $(G, \triangle)$ eine Gruppe. Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in G$ gilt, dass $(a \triangle b)^{-1} = b^{-1} \triangle a^{-1}$ und $(a^{-1})^{-1} = a$.

Abgabe
Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 22. November 2010, 09.40 Uhr** in den mit "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft" gekennzeichneten Abgabekasten im 1.OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.