Institut für Angewandte und
Numerische Mathematik

PD Dr. Nicolas Neuß
Dr. Markus Richter
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner

29.11.2010

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft (Wintersemester 2010/2011)

Übungsblatt 7

Bearbeitungszeitraum: 29.11.2010-06.12.2010

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Wir nennen einen Körper K einen **geordneten** Körper, wenn eine Ordnungsrelation $\leq$ auf K definiert ist, welche den folgenden Axiomen genügt:

(Reflexivität) $\forall\, x \in K: x \leq x$,

(Transitivität) $\forall\, x, y, z \in K: x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$,

(Antisymmetrie) $\forall\, x, y \in K: x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$,

(Alternativität) $\forall\, x, y \in K: x \leq y \vee y \leq x$,

(Anordnungsaxiom 1) $\forall\, x, y, z \in K: x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$,

(Anordnungsaxiom 2) $\forall\, x, y, z \in K: x \leq y \wedge 0 \leq z \Rightarrow x \cdot z \leq y \cdot z$.

Eine Halbordnung ist eine reflexive, transitive und antisymmetrische Relation. Sie wird eine Totalordnung, wenn sie auch noch alternativ ist. Um Körper anzuordnen, verlangen wir dann noch die zwei Anordnungsaxiome.

(a) Konstruieren Sie einen Körper mit 2 Elementen $\{0, e\}$. Zeigen Sie, dass dies wirklich ein Körper ist.

(b) Zeigen Sie, dass Sie auf einem Körper K mit 2 Elementen keine Ordnung definieren können, mit der K zu einem geordneten Körper wird.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Mengeninklusion $\subset$ als Relation auf $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ eine Halbordnung, aber keine Totalordnung ist.

(b) Zeigen Sie, dass die folgende Ordnung $\leq$ eine Totalordnung auf $\mathbb{Q}$ definiert:

Seien $q_1, q_2 \in \mathbb{Q}$ mit $q_1 = \frac{m_1}{n_1}$ und $q_2 = \frac{m_2}{n_2}$ für $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}$ und $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$. Dann definiere

$$q_1 \leq q_2 :\Leftrightarrow m_1 n_2 \leq m_2 n_1 \; .$$

Aufgabe 3 (1+1+2 Punkte)

Um hervorzuheben, in welchem Zahlensystem die folgenden Zahlen angeben sind, kennzeichnen wir das jeweilige Zahlensystem tiefergestellt hinter die Zahl.

(a) Bestimmen Sie die g-adische Entwicklung von 2894_{10} zu $g = 2$ und $g = 18$.

(b) Bestimmen Sie die Dezimaldarstellung der Oktalzahl 134.7_8.

(c) Finden Sie die 5-stellige g-adische Approximation der Dezimalzahl $\sqrt{2}$ für $g = 2$.

Aufgabe 4 (2+2 Punkte)

(a) Geben Sie die Darstellung als Dualzahl mit acht Nachkommastellen an, die die Dezimalzahl 0.18279_{10} am besten approximiert. Wie groß ist der Fehler?

(b) Schreiben Sie die Dualzahl 0.11000011_2 in dezimaler und hexadezimaler Darstellung (wobei für die Ziffern $10, 11, \ldots, 16$ die Buchstaben $A, B, \ldots, F$ verwendet werden).

Abgabe
Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 06. Dezember 2010, 09.40 Uhr** in den mit "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft" gekennzeichneten Abgabekasten im 1.OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.