

PD Dr. Nicolas Neuß
Dr. Markus Richter
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner

06.12.2010

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft (Wintersemester 2010/2011)

Übungsblatt 8

Bearbeitungszeitraum: 06.12.2010-13.12.2010

Aufgabe 1

(1+1+1+1 Punkte)

Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der Gaußschen Zahlenebene (tragen Sie also den Realteil auf der x -Achse und den Imaginärteil auf der y -Achse auf):

- (a) $M_1 = \{z \in \mathbb{C} : -1 < \Im(iz) < 0\}$,
- (b) $M_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < |z - 2i| < 3\}$,
- (c) $M_3 = \{z \in \mathbb{C} : \Im(z^2) - (\Im(z))^2 = (\Re(z))^2\}$,
- (d) $M_4 = \{z \in \mathbb{C} : z + \bar{z} = z \cdot \bar{z}\}$.

Aufgabe 2

(1+1+1+1 Punkte)

Stellen Sie die folgenden Zahlen jeweils in der Form $z = a + ib$ und in Polarkoordinaten dar:

- (a) $z_1 = (3 + 5i)\overline{(4 - 7i)}$,
- (b) $z_2 = \frac{2+4i}{1+5i}$,
- (c) $z_3 = (2 + i)^3$,
- (d) $z_4 = 3 + \frac{7}{1+\sqrt{2}i}$.

Aufgabe 3

(2+2 Punkte)

- (a) Es seien

$$z_1 = 1 + \sqrt{3}i, \quad z_2 = -3 + 5i, \quad z_3 = 2i.$$

Berechnen Sie

$$z_1^{52} \quad \text{und} \quad \frac{z_2}{z_3} + \frac{\bar{z}_3}{\bar{z}_2}.$$

Dabei ist es Ihnen überlassen, ob Sie das Ergebnis in der Form $z = a + ib$ oder in Polarkoordinaten angeben. Überlegen Sie jeweils, welche Darstellung geschickter ist.

- (b) Wieviele Punkte in der komplexen Ebene enthalten die Mengen $\{z^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ für $z = \cos(1) + i \sin(1)$ bzw. für $z = \cos(\frac{3}{5}\pi) + i \sin(\frac{3}{5}\pi)$?

Aufgabe 4

(1+1+1+1 Punkte)

Unter einem *Wechselstrom* versteht man einen elektrischen Strom, der zeitlich periodisch oszilliert. Die *Stromstärke* I und die *Spannung* U eines Wechselstroms, sind dabei Funktionen $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ von der Form

$$I(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_I), \quad U(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_U).$$

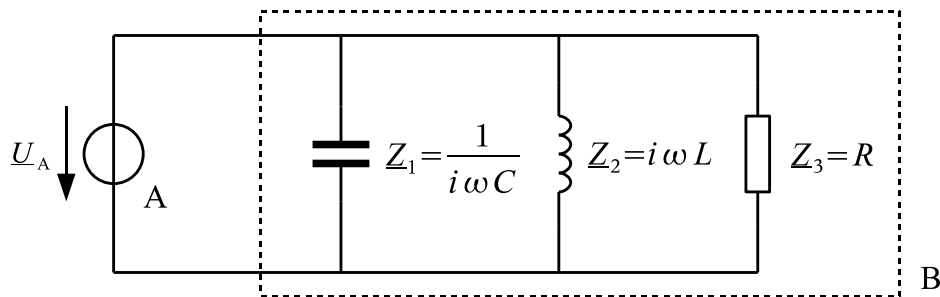
Hierbei bezeichnet $\omega = 2\pi f$ die *Phasenfrequenz* des Wechselstroms. Die Größen $\hat{I}, \hat{U} > 0$ und $\varphi_I, \varphi_U \in [0, 2\pi)$ bezeichnen die sogenannten *Amplituden* und die *Phasenverschiebungen* der Stromstärke bzw. der Spannung. Die Variable $t \in \mathbb{R}$ steht für die *Zeit*.

In der Elektrotechnik stellt man die Stromstärke I und die Spannung U eines Wechselstroms durch die komplexen Zahlen $\underline{I} = \hat{I}e^{i\varphi_I}$ und $\underline{U} = \hat{U}e^{i\varphi_U}$ dar. Jedem *elektrischen Bauteil* ist eine sogenannte *Impedanz* $\underline{Z} \in \mathbb{C}$ zugeordnet. Für die Spannung und die Stromstärke am Bauteil gilt die Beziehung $\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$. Die am Bauteil umgesetzte *Scheinleistung* S und die *Wirkleistung* P sind durch $S = |\underline{U}\underline{I}|$ und $P = \Re\{\underline{U}\underline{I}\}$ gegeben.

Im nachfolgenden Schaltbild ist ein Bauteil B an eine Spannungsquelle A angeschlossen. Die Spannungsquelle A liefert eine Wechselspannung, welche durch die komplexe Zahl $\underline{U}_A = \hat{U}_A e^{i\varphi_{U_A}}$ dargestellt wird. Das Bauteil B besteht aus einem Kondensator mit Impedanz $\underline{Z}_1 = 1/(i\omega C)$, einer Spule mit Impedanz $\underline{Z}_2 = i\omega L$ und einem Widerstand mit Impedanz $\underline{Z}_3 = R$, wobei $C, L, R \in \mathbb{R}$ spezifische Kenngrößen sind. Für die Gesamtimpedanz \underline{Z}_B des Bauteils B gilt

$$\frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}.$$

Für die Spannung \underline{U}_B am Bauteil B gilt $\underline{U}_B = \underline{U}_A$. Für die Stromstärke $\underline{I}_B = \hat{I}_B e^{i\varphi_{I_B}}$ am Bauteil B gilt $\underline{U}_B = \underline{Z}_B \underline{I}_B$.



Berechnen Sie für $f = 50$, $\hat{U}_A = 230/\sqrt{2}$, $\varphi_{U_A} = 0$, $C = 10^{-4}$, $L = 2$ und $R = 50$

- die Amplitude \hat{I}_B ,
- die Phasenverschiebung φ_{I_B} der Stromstärke am Bauteil B,
- die am Bauteil B umgesetzte Scheinleistung S_B ,
- sowie die Wirkleistung P_B .

Abgabe

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 13. Dezember 2010, 09.40 Uhr** in den mit "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft" gekennzeichneten Abgabekasten im 1.OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.