

PD Dr. Nicolas Neuß
Dr. Markus Richter
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner

13.12.2010

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft (Wintersemester 2010/2011)

Übungsblatt 9

Bearbeitungszeitraum: 13.12.2010-20.12.2010

Aufgabe 1

((1.5+1.5)+2 Punkte)

Für ein Polynom $p(z) = \sum_{k=0}^n \xi_k z^k$, $n \in \mathbb{N}$, $\xi_k \in \mathbb{C}$, existiert nach dem Fundamentalsatz der Algebra die Darstellung

$$(D) \quad p(z) = \alpha \prod_{k=1}^n (z - \zeta_k)$$

mit $\alpha, \zeta_k \in \mathbb{C}$ für $k = 1, \dots, n$.

(a) Bestimmen Sie die Darstellung (D) der Polynome $p_1(z) := 2z^3 - 2z^2 + 8z - 8$ und $p_2(z) := z^3 + \frac{5}{2}z^2 + \frac{41}{16}z$. Raten Sie dabei jeweils eine Nullstelle.

(b) Bestimmen Sie die Darstellung (D) für das Polynom $p(z) := z^4 + 2z^3 + 7z^2 - 18z + 26$.

Hinweis: $i + 1$ ist eine Nullstelle.

Aufgabe 2

(3 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Euklidische Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler (bis auf Normierung) $r_k(z)$ der Polynome $p(z) = 2z^5 - z^4 + 3z^3 - z$ und $q(z) = 2z^4 - 3z^3 - 4z^2 - z$.

Aufgabe 3

(3 Punkte)

Entwickeln Sie das Polynom $p(x) = x^4 + x^3 - 5x^2 + 5x - 1$ um die Stelle $x = 1$. Das heisst, schreiben Sie es in der Form

$$a_0 + a_1(x - 1) + \dots + a_4(x - 1)^4 = a_0 + (x - 1)(a_1 + (x - 1)(a_2 + \dots))$$

Hinweis: Polynomdivision durch $x - 1$.

Aufgabe 4

(1+1+1 Punkte)

Geben Sie **alle** Lösungen der folgenden Gleichungen an:

(a) $z^2 = -1 + i$,

(b) $z^3 = 1 + \sqrt{3}i$,

(c) $z^4 = -\sqrt{3} - i$.

Hinweis: Machen Sie einen Polarkoordinatenansatz. Ferner besteht keine Notwendigkeit, genäherte Zahlenwerte zu verwenden.

Aufgabe 5

(1+1+1 Punkte)

(a) Es seien $w, z \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass

$$|w + z|^2 + |w - z|^2 = 2(|w|^2 + |z|^2)$$

gilt.

(b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z + 1| > |z - 1|$.

(c) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $\Re\left(z + \frac{1}{z}\right) = 0$.

Abgabe

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 20. Dezember 2010, 09.40 Uhr** in den mit "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft" gekennzeichneten Abgabekasten im 1.OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.