Institut für Angewandte und
Numerische Mathematik

PD Dr. Nicolas Neuß
Dr. Markus Richter
Dipl.-Math. techn. Hannes Gerner

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft (Wintersemester 2010/2011)

Übungsblatt 14

Bearbeitungszeitraum: 31.01.2011-07.02.2011

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Gegeben seien die Permutationen $\pi, \sigma \in S_6$ und $\eta \in S_9$ durch

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \ \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \ \eta = (1\,3\,4\,2)(5\,8\,9)(67).$$

Bestimmen Sie für jede Permutation ihr Signum.

Aufgabe 2 (2+1+1 Punkte)

Das Kreuzprodukt $x \times y$ zweier Vektoren $x, y \in \mathbb{R}^3$ ist definiert durch

$$x \times y := \begin{pmatrix} x_2y_3 - x_3y_2 \\ x_3y_1 - x_1y_3 \\ x_1y_2 - x_2y_1 \end{pmatrix} .$$

(a) Nun seien drei Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ gegeben, sowie die Matrix $A = (u, v, w) \in \mathbb{R}^{3\times3}$. Zeigen Sie (unter Identifizierung von $\mathbb{R}^{1\times1}$ mit $\mathbb{R}$)

$$\det A = (u \times v)^t w .$$

(b) Folgern Sie $(u \times v)^t u = (u \times v)^t v = 0$. Haben Sie eine Idee, was dies anschaulich bedeutet (ohne Bewertung)?

(c) Berechnen Sie mittels (a) das Volumen des durch

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \ b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \ c = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

aufgespannten Parallelotops.

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

Gegeben sei die lineare Abbildung $T_A \colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$, $T_A(x) = Ax$, mit

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix} .$$

(a) Bestimmen Sie die Dimension von $\mathrm{Bild}(A)$ und $\mathrm{Kern}(A)$.

(b) Ist die Einschränkung von T_A auf dem Unterraum

$$U = \mathrm{Spann}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^4$$

injektiv?

Aufgabe 4 (3+1 Punkte)

(a) Berechnen Sie mit ausführlichem Rechenweg die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} .$$

(b) Es sei $a_1 \dots a_7$ Ihre Matrikelnummer. Berechnen Sie die Determinante von

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_1 & a_2 \end{pmatrix} .$$

Abgabe

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 07. Februar 2011, 09.40 Uhr** in den mit "Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft" gekennzeichneten Abgabekasten im 1.OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.