

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft
Übungsblatt 11

Wintersemester 2011/2012

Aufgabe 36

(2.5 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) (0.5 Punkte) Berechnen Sie die Determinante von A .

(b) (2 Punkte) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$Ax = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe der Cramerschen Regel.

Aufgabe 37

(6.5 Punkte)

(a) (2 Punkte) Stellen Sie die folgenden Zahlen in Polarkoordinaten dar:

$$(a1) z_1 = \frac{4\sqrt{2} + 8\sqrt{2}i}{-1 + 3i}$$

$$(a2) z_2 = \frac{\sqrt{3} - 3 - (\sqrt{3} + 3)i}{2 - 2i}$$

(b) (2 Punkte) Berechnen Sie die Lösungen der folgenden komplexen Gleichungen:

$$(b1) 5z^2 + 2z + 10 = 0$$

$$(b2) z^2 + (i - 2)z = i - 3$$

(c) (2.5 Punkte) Stellen Sie das komplexe Polynom

$$P(z) = z^5 - 2z^4 - z^3 + 6z - 4$$

in der Form

$$P(z) = \prod_{k=1}^5 (z - z_k)$$

dar, wobei $z_k, k \in \{1, \dots, 5\}$, die Nullstellen von P sind.

Aufgabe 38

(6 Punkte)

Die Abbildung $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ist definiert durch

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_2 - x_3 \\ x_3 - x_1 \end{pmatrix}.$$

(a) (1 Punkt) Zeigen Sie, dass f linear ist.

(b) (1.5 Punkte) Bestimmen Sie die Matrixdarstellung A von f .

(c) (3.5 Punkte) Stellen Sie A bezüglich den Basen

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{und} \quad \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

dar.

Aufgabe 39

(2 Bonuspunkte)

Konstruieren Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus teilerfremde Zahlen $a, b \in \mathbb{N}$ so groß, dass Zahlen $c, d \in \mathbb{N}$ existieren mit denen die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

folgende Eigenschaften besitzt:

- $\det(A) = 1$
- $A^{-1} \in \mathbb{Z}^{2,2}$
- Der Defekt des linearen Gleichungssystems

$$Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ist auf dem Taschenrechner nicht 0.

Abgabe der Übungsblätter:

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind bis zum **Montag, den 16.1.2012, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitzen **Mathematik I für Informationswirtschaft** im 1. OG des ehemaligen Allianz-Gebäudes einzuwerfen. Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt **Name und Matrikelnummer** und heften Sie die Blätter zusammen. Die abgegebenen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich bearbeitet sein.

Sprechstunden:

Prof. Dr. Christian Wieners: Dienstag, 9.30-10.30 Uhr.
Dipl.-Math. Markus Bürg: Mittwoch, 10.30-11.30 Uhr.