

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft  
Übungsblatt 14

Wintersemester 2011/2012

**Aufgabe 48** (5.5 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) (1 Punkt) Zeigen Sie, dass  $A$  normal ist.  
(b) (4.5 Punkte) Konstruieren Sie eine Orthonormalbasis von  $\mathbb{C}^3$  aus den Eigenvektoren von  $A$ .

**Aufgabe 49** (5.5 Punkte)

Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) (3 Punkte) Konstruieren Sie eine Orthonormalbasis des Vektorraums  $V = \text{spann}\{v_1, v_2, v_3\}$ .  
(b) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Matrixdarstellung der Orthogonalprojektion  $P : \mathbb{C}^4 \rightarrow V$ .  
(c) (0.5 Punkte) Rechnen Sie nach, dass die Identität

$$P \circ P = P$$

gilt.

**Aufgabe 50** (4 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) (1 Punkt) Zeigen Sie, dass die Identität

$$AB = BA$$

gilt.

- (b) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass es einen Vektor  $v \in \mathbb{C}^3$  gibt, sodass gilt:

$$(v \text{ ist ein Eigenvektor von } A) \wedge (v \text{ ist ein Eigenvektor von } B)$$

**Aufgabe 51** (3 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen Normen sind:

- (a)  $f_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f_1(x) := |x_1 + x_2| + |x_1 + x_3| + |x_1 - x_2|$   
(b)  $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f_2(x) := |x_1| + 2x_2$   
(c)  $f_3 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f_3(x) := \sqrt{x_1^2 + 7|x_1x_2| + x_2^2 + 3x_3^2}$

---

**Anmeldung zum Übungsbetrieb:**

Melden Sie sich bitte unter <https://studium.kit.edu> zum Übungsbetrieb an. Die Anmeldung ist obligatorisch um einen Übungsschein zu erhalten.

**Abgabe der Übungsblätter:**

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind bis zum **Montag, den 6.2.2012, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitze **Mathematik I für Informationswirtschaft** im 1. OG des ehemaligen Allianz-Gebäudes einzuwerfen. Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt **Name und Matrikelnummer** und heften Sie die Blätter zusammen. Die abgegebenen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich bearbeitet sein.

**Sprechstunden:**

Prof. Dr. Christian Wieners: Dienstag, 9.30-10.30 Uhr.  
Dipl.-Math. Markus Bürg: Mittwoch, 10.30-11.30 Uhr.