

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft  
Übungsblatt 4

Wintersemester 2011/2012

**Aufgabe 8** (3.5 Punkte)

- (a) (2 Punkte) Es sei  $G := \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ . Für  $x, y \in G$  definieren wir die Verknüpfung  $*$ :  $G \times G \rightarrow G$  durch

$$x * y := xy + x + y.$$

Zeigen Sie, dass  $(G, *)$  eine kommutative Gruppe ist.

- (b) (1.5 Punkte) Es seien  $M := \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$  und  $G := \{f_1, f_2, f_3\}$ , wobei die Abbildungen  $f_k : M \rightarrow M, k \in \{1, 2, 3\}$ , durch

$$f_1(x) := x, \quad f_2(x) := 1 - \frac{1}{x} \quad \text{und} \quad f_3(x) := \frac{1}{1-x}$$

für alle  $x \in M$  definiert sind. Es bezeichne  $\circ : G \times G \rightarrow G$  die Komposition von Funktionen. Zeigen Sie, dass  $(G, \circ)$  eine kommutative Gruppe ist.

**Aufgabe 9** (2 Punkte)

Sei  $G$  mit der Verknüpfung  $\diamond : G \times G \rightarrow G$  eine Gruppe. Zeigen Sie, dass für alle  $a, b \in G$  gilt:

$$(a \diamond b)^{-1} = b^{-1} \diamond a^{-1}$$

**Aufgabe 10** (4 Punkte)

Bestimmen Sie, falls dieses existiert, das Infimum, das Supremum, das Minimum und das Maximum der folgenden Teilmengen von  $\mathbb{R}$ :

- (a) (1 Punkt)  $M_1 := \{x^2 : x \in [0, 1]\}$   
(b) (1 Punkt)  $M_2 := \{-34, 2, 5, 23\}$   
(c) (1 Punkt)  $M_3 := [-3, 0[ \cup ]1, \infty[$   
(d) (1 Punkt)  $M_4 := \{2^k : k \in \mathbb{Z}\}$

**Aufgabe 11** (4.5 Punkte)

Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 := 1 - i, \quad z_2 := -2 + 4i \quad \text{und} \quad z_3 := \sqrt{3} - 2i.$$

- (a) (1.5 Punkte) Berechnen Sie

$$\left| \frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 - i} \right|.$$

- (b) (3 Punkte) Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form  $a + ib$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  dar:

(b1)  $\frac{1}{2} \left( \frac{z_3}{\bar{z}_3} + \frac{\bar{z}_3}{z_3} \right)$

(b2)  $\overline{(z_1 + z_3)(z_1 - z_3)}$

(b3)  $z_1^8$

**Aufgabe 12** (2 Punkte)

Stellen Sie folgende Mengen zeichnerisch in der komplexen Zahlenebene dar:

(a) (1 Punkt)  $M_1 := \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\} : \left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1 \right\}$

(b) (1 Punkt)  $M_2 := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(iz) \in [0, 2\pi]\}$

---

---

**Abgabe der Übungsblätter:**

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind bis zum **Montag, den 14.11.2011, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitze **Mathematik I für Informationswirtschaft** im 1. OG des ehemaligen Allianz-Gebäudes einzuwerfen. Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt **Name und Matrikelnummer** und heften Sie die Blätter zusammen. Die abgegebenen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich bearbeitet sein.

**Sprechstunden:**

Prof. Dr. Christian Wieners: Dienstag, 9.30-11.30 Uhr.  
Dipl.-Math. Markus Bürg: Mittwoch, 10.30-11.30 Uhr.