Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft
Übungsblatt 8

Wintersemester 2011/2012

Aufgabe 23 (2 Punkte)

Seien die Matrizen $A \in \mathbb{C}^{4,3}$, $B \in \mathbb{C}^{3,4}$ und $C \in \mathbb{C}^{3,3}$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \mathrm{i} & -3\,\mathrm{i} \\ 0 & 5 & 6 \\ 3\,\mathrm{i} & 2-\mathrm{i} & 1 \\ 8+2\,\mathrm{i} & 2 & 4\,\mathrm{i} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 6 \\ 8+\mathrm{i} & 9 & 7\,\mathrm{i} & 0 \\ 2-7\,\mathrm{i} & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

und

$$C = \begin{pmatrix} 9 & 4+\mathrm{i} & 12 \\ 0 & 4 & 0 \\ \mathrm{i} & 0 & 2+\mathrm{i} \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke:

(a) (1 Punkt) $C(A^H + B)$

(b) (1 Punkt) $\overline{2\,\mathrm{i}\,A - (1-\mathrm{i})B^T}$

Aufgabe 24 (3 Punkte)

In der Praxis (zum Beispiel bei Karten in der Geographie) ist nicht nur die Wahl einer Basis, sondern auch die Wahl des Koordinatenursprungs wichtig. So sind etwa die vier Punkte

$$p_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad p_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad p_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

die Ecken eines Parallelogramms. Finden Sie eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{2,2}$ und einen Vektor $b \in \mathbb{R}^2$ so, dass für die Abbildung $F(x) = Ax + b$ gilt

$$F(0) = p_1, \quad F(e_1) = p_2, \quad F(e_2) = p_3 \quad \text{und} \quad F(e_1 + e_2) = p_4,$$

wobei $e_1, e_2, \in \mathbb{R}^2$ die Einheitsvektoren sind.

Aufgabe 25 (2 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen linear sind:

(a) (1 Punkt) Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = x_1 + 3x_2 + x_3$.

(b) (1 Punkt) Sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x) = x^2 + \sqrt{2x+1} - 1$.

Aufgabe 26 (2.5 Punkte)

Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrizen:

(a) (1 Punkt)

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 6 \\ 1 & 9 & 3 \\ 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

(b) (1.5 Punkte)

$$B = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 6 & 1 \\ 2 & 0 & 9 & 1 \\ 9 & 0 & 1 & 7 \\ 9 & 54 & -812 & -97 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 27 (6 Punkte)

Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme:

(a) (1.5 Punkte)

$$\begin{array}{rrrcr} & -3x_2 & -3x_3 & = & 3 \\ 4x_1 & & +11x_3 & = & -187 \\ x_1 & +x_2 & & = & 1 \end{array}$$

(b) (2 Punkte)

$$\begin{array}{rrrrcr} x_1 & -x_2 & +x_3 & -x_4 & = & 8 \\ x_1 & +x_2 & -x_3 & -x_4 & = & -6 \\ x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 & = & -22 \\ & x_2 & +x_3 & -x_4 & = & 24 \end{array}$$

(c) (2.5 Punkte) Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

$$\begin{array}{rrrcr} x_1 & -x_2 & +x_3 & = & 0 \\ 3x_1 & -4x_2 & +x_3 & = & 1 \\ -x_1 & +5x_2 & +\alpha x_3 & = & \beta - 2 \end{array}$$

Abgabe der Übungsblätter:

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind bis zum **Montag**, den **12.12.2011, 9.45 Uhr** in den Einwurfschlitz **Mathematik I für Informationswirtschaft** im 1. OG des ehemaligen Allianz-Gebäudes einzuwerfen. Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt **Name und Matrikelnummer** und heften Sie die Blätter zusammen. Die abgegebenen Aufgaben müssen einzeln und handschriftlich bearbeitet sein.

Sprechstunden:

Prof. Dr. Christian Wieners: Donnerstag, 9.30-10.30 Uhr.
Dipl.-Math. Markus Bürg: Mittwoch, 10.30-11.30 Uhr.