

**Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft
Sommersemester 2010**

13. Übungsblatt vom 05. Juli 2010

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Berechnen Sie die Jacobi-Matrix der Funktionen:

$$(a) f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f(x, y, z) = \begin{pmatrix} e^{xy} + \cos^2 z \\ xyz - e^{-z} \\ \sinh(xz) + y^2 \end{pmatrix},$$

$$(b) g: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad g(u, x, y, z) = \begin{pmatrix} \sqrt{u^2 + x^2 + 1} - z \\ \cos(uy^2) + e^z \\ xy + \ln(1 + z^2) \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Seien $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar und sei $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $F(x, y) = f(x + g(y))$ definiert.

- Bestimmen Sie den Gradienten und alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung von F .
- Zeigen Sie: $F_x F_{xy} = F_y F_{xx}$.
- Sei $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $h(t) = F(\sin t, \cos t)$ gegeben. Berechnen Sie die ersten beiden Ableitungen von h .

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = xy - \sin(x + y^2)$.

- Berechnen Sie für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ die Funktionalmatrix $f'(x, y)$.
- Geben Sie die Richtung des steilsten Anstiegs von f an der Stelle $(\pi, 0)$ an.
- Gibt es eine Richtung v , bezüglich der sich f von $(\pi, 0)$ aus nicht ändert?
- Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graph von f in $(\pi, 0)$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Sei die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x, y, z) = e^{x^2 - y^2} + xz$ gegeben.

- Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von f .
- Berechnen Sie die Richtungsableitung von f in Richtung $v = \frac{1}{\sqrt{6}}(1, 1, 2)^T$ an der Stelle $a = (0, 1, -1)^T$.
- Weisen Sie nach, dass für $u \in B = \{w \in \mathbb{R}^3: \|w\|_2 \leq 1\}$ gilt:

$$|f(u) - 1| \leq 4e\|u\|_2.$$

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 12. Juli 2010, 11.00 Uhr** in den mit „Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft“ gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes (Kaiserstr. 93) ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe (A-E).