Karlsruher Institut für Technologie

Prof. Dr. Andreas Rieder
Dipl.-Math. techn. Tim Kreutzmann
Institut für Angewandte und Numerische Mathematik
Fakultät für Mathematik

Mathematik 1 für Informationswirtschaft (Winter 2012/13)

5. Übungsblatt vom 12. November 2012

Aufgabe 17: (mündlich) (6 Punkte)
Sei $\mathbb{K}$ ein Körper und $a, b \in \mathbb{K}$. Zeigen Sie die nachfolgenden Aussagen, indem Sie ausschließlich die Axiome (A1) - (A8) eines angeordneten Körpers und die bis dahin bewiesenen Folgerungen daraus benutzen.

(a) $0 < a < b \wedge 0 < c < d \Longrightarrow ac < bd.$ (*Folgerung (F14)*)

(b) $p_1 < p_2 \wedge q > 0 \Longrightarrow \frac{p_1}{q} < \frac{p_2}{q}.$ (*Folgerung (F16 (i))*)

(c) $0 < q_1 < q_2 \wedge p > 0 \Longrightarrow \frac{p}{q_2} < \frac{p}{q_1}.$ (*Folgerung (F16 (ii))*)

Aufgabe 18: (schriftlich) (2+1+3 Punkte)
Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie folgende Rechenregeln für den Betrag:

(a) $-|a| \leq a \leq |a|\,,$

(b) $|a| = 0 \iff a = 0\,,$

(c) $\big||a| - |b|\big| \leq |a + b|\,,$

Aufgabe 19: (schriftlich) (8 Punkte)
Untersuchen Sie jede der folgenden Mengen auf Beschränktheit. Bestimmen Sie gegebenenfalls Supremum und Infimum der Menge und prüfen Sie, ob diese Mengen ein Maximum oder Minimum besitzen:

(a) $M_1 = \{-23, 42, 8, -47, 11\}\,,$

(b) $M_2 = \big\{x^3 \colon x \in [-2, -1] \cup [0, 1[\big\}\,,$

(c) $M_3 = \big\{x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \colon |x + \frac{1}{x}| \geq 2\big\}\,,$

(d) $M_4 = \big\{(-1)^n + (\frac{1}{2})^n \colon n \in \mathbb{N}\big\}\,.$

Aufgabe 20: (mündlich) (6 Punkte)
Die Mengen $A, B \subset \mathbb{R}$ seien nichtleer und nach oben und unten beschränkt. Zeigen Sie, dass die Menge

$$C = \{z \in \mathbb{R} \colon z = x + y \text{ mit } x \in A, y \in B\}$$

nach unten und oben beschränkt ist und dass gilt:

$$\sup C = \sup A + \sup B,$$
$$\inf C = \inf A + \inf B.$$

Abgabe
Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 19. November 2012, 09.30 Uhr** in den mit „Mathematik für Informationswirtschaft“ gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe (A-G).