

## Mathematik 1 für Informationswirtschaft (Winter 2012/13)

### 7. Übungsblatt vom 26. November 2012

#### Aufgabe 25: (mündlich) (4 Punkte)

Sei  $x_* \in \mathbb{R}$  eine Nullstelle des reellen Polynoms  $p$  vom Grad  $n$  gegeben durch

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0.$$

Zeigen Sie die Abschätzung

$$|x_*| < \frac{|a_n| + |a_{n-1}| + \dots + |a_1| + |a_0|}{|a_n|}.$$

*Hinweis:* Betrachten Sie die Fälle  $|x_*| < 1$  und  $|x_*| \geq 1$  getrennt.

#### Aufgabe 26: (schriftlich) (6+4 Punkte)

(a) Zerlegen Sie die Polynome  $p_1, p_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  in Linearfaktoren:

(i)  $p_1(x) = x^3 - 2x - 1,$

(ii)  $p_2(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6.$

(b) Das Polynom

$$q: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad q(z) = z^5 - 5z^4 + 32z^3 - 56z^2 + 127z + 221$$

besitzt die Nullstelle  $\zeta_1 = 2 - 3i$ . Bestimmen Sie alle Nullstellen von  $q$  und geben Sie eine Produktdarstellung von  $q$  mit linearen bzw. quadratischen Faktoren an.

#### Aufgabe 27: (schriftlich) (6 Punkte)

Berechnen Sie mithilfe des Euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler  $d$  der reellen Polynome

$$p(x) = 2x^5 - x^4 + 3x^3 - x \quad \text{und} \quad q(x) = 2x^4 - 3x^3 - 4x^2 - x.$$

Stellen Sie  $d$  in der Form

$$d = rp + sq$$

mit geeigneten reellen Polynomen  $r, s$  dar.

#### Aufgabe 28: (mündlich) (6 Punkte)

Es sei  $M = \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$  und  $S = \{f_1, f_2, f_3\}$ , wobei die Abbildungen  $f_i: M \rightarrow M, i = 1, 2, 3$ , durch

$$f_1(x) = x, \quad f_2(x) = 1 - \frac{1}{x}, \quad f_3(x) = \frac{1}{1-x}$$

für  $x \in M$  definiert sind. Zeigen Sie, dass  $(S, \circ)$  mit der Komposition  $\circ$  als Verknüpfung eine abelsche Gruppe ist.

#### Abgabe

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 03. Dezember 2012, 09.30 Uhr** in den mit „Mathematik für Informationswirtschaft“ gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe (A-G).