Karlsruher Institut für Technologie

Prof. Dr. Andreas Rieder
Dipl.-Math. techn. Tim Kreutzmann
Institut für Angewandte und Numerische Mathematik
Fakultät für Mathematik

Mathematik 1 für Informationswirtschaft (Winter 2012/13)

9. Übungsblatt vom 10. Dezember 2012

Aufgabe 33: (schriftlich) (6 Punkte)
Ihr Freund möchte Ihnen eine kodierte Nachricht schicken. Dafür wandelt er die Buchstaben A bis Z in Zahlen um ($A = 1, B = 2, \dots, Z = 26$). Für das Leerzeichen verwendet er die Zahl 27 und für das Ausrufezeichen 28. So bildet er aus seinem Klartext eine Zahlenfolge, die er mit dem RSA-Verfahren verschlüsselt. Für das Vorhaben verwendet er die Parameter $p = 11$ und $q = 5$.

(a) Bestimmen Sie zu $e = 7$ die Zahl $d \in \{1, 2, \dots, \varphi(n) - 1\}$ mit

$$ed \equiv 1 \mod \varphi(n).$$

(b) Sie empfangen die Meldung

$$28\ 21\ 15\ 3\ 28\ 25\ 23\ 5\ 25\ 24\ 15\ 52\,,$$

die unter Verwendung der oben angegebenen Parameter erstellt worden ist. Entschlüsseln Sie diese.

Aufgabe 34: (mündlich) (6 Punkte)
Sei V ein Vektorraum über dem Körper $\mathbb{K}$. Mit $0_\mathbb{K}$ und 0_V bezeichnen wir das neutrale Element in $\mathbb{K}$ bzgl. $+_\mathbb{K}$ bzw. in V bzgl. $+_V$. Ferner sei $1_\mathbb{K}$ das Einselement in $\mathbb{K}$ sowie $-v$ das inverse Element von $v \in V$ bzgl. $+_V$. Weisen Sie nach:

(a) $0_\mathbb{K} \cdot v = 0_V$ für alle $v \in V$,

(b) $(-1_\mathbb{K}) \cdot v = -v$ für alle $v \in V$.

Aufgabe 35: (mündlich) (6 Punkte)
Unberprüfen Sie, welche der folgenden Mengen Unterräume des $\mathbb{R}^3$ sind:

(a) $U_1 = \{x \in \mathbb{R}^3 \colon x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$,

(b) $U_2 = \{x \in \mathbb{R}^3 \colon x_1 + x_2 = 2\}$,

(c) $U_3 = \{x \in \mathbb{R}^3 \colon x_1 = 0 \wedge x_2 + x_3 = 0\}$,

(d) $U_4 = \{x \in \mathbb{R}^3 \colon x_1 = 0 \vee x_2 + x_3 = 0\}$,

(e) $U_5 = \{x \in \mathbb{R}^3 \colon x_2 x_3 = 0\}$,

(f) $U_6 = \{x \in \mathbb{R}^3 \colon x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}\}$.

Aufgabe 36: (schriftlich) (9 Punkte)
Im Vektorraum $\mathbb{R}^4$ seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},\ v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ v_3 = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix},\ v_4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

gegeben.

(a) Sind v_1, v_2, v_3, v_4 linear unabhängig?

(b) Bestimmen Sie eine Basis und die Dimension von $U = \mathrm{spann}\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

(c) Ergänzen Sie die Basis von U zu einer Basis von $\mathbb{R}^4$.

Abgabe
Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 17. Dezember 2012, 09.30 Uhr** in den mit „Mathematik für Informationswirtschaft“ gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe (A-G).