Institut für Angewandte und Numerische Mathematik
Dr. Daniel Weiß • Dipl.-Math. oec. Marcel Mikl • Dipl.-Biol. Michael Kreim

Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft

Übungsblatt 2

Wintersemester 2013/2014

Hausübung H3 (Aussagenlogik) **10 Punkte**

(a) A_1 und A_2 seien Aussagen mit einem der Werte *wahr* bzw. *falsch*. Zeigen Sie

$$(A_1 \Rightarrow A_2) \Leftrightarrow (\neg A_2 \Rightarrow \neg A_1)\,.$$

(b) Formulieren Sie folgende Aussagen mithilfe der Symbolsprache. Definieren Sie hierzu geeignete Elementaraussagen und verknüpfen Sie diese durch aussagenlogische Symbole.

(i) Wenn Kinder an einem Fußgängerüberweg spielen und nicht auf den Verkehr achten, so müssen die Autofahrer besonders vorsichtig fahren.

(ii) Die Noten der Studenten werden durch regelmäßige Teilnahme an der Vorlesung oder durch das selbständige Lösen der Übungsblätter besser.

(iii) Wenn viele Studenten während des Studiums Geld verdienen müssen und die Studienanforderungen nicht gesenkt werden, erhöht sich die durchschnittliche Studiendauer.

(iv) Eine Person ist genau dann wahlberechtigt, wenn sie volljährig und deutscher Staatsbürger im Sinne des Grundgesetzes ist.

(v) Ich beschäftige mich mit Mathematik, denn sonst ist mir langweilig.

Hausübung H4 (Induktion) **10 Punkte**

(a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

$$\forall n \in \mathbb{N}: \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(b) Finden Sie einen geschlossenen Ausdruck für die Summe

$$\sum_{k=1}^{n} k$$

und beweisen Sie dessen Gültigkeit mit vollständiger Induktion.
(*Tipp:* Wählen Sie ein n und Addieren Sie für beliebige k den k-ten und $(n-k+1)$-sten Summanden der Summe, um eine Idee für den geschlossenen Ausdruck zu erhalten.)

mündliche Aufgabe M1 (Aussagenlogik) **2 Punkte**

A und B seien Aussagen mit einem der Werte *wahr* bzw. *falsch*. Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle für den Ausdruck

$$(A \wedge B) \vee (\neg A).$$

mündliche Aufgabe M2 (Induktion) **2 Punkte**

Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

$$\forall n \in \mathbb{N}: \sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+\frac{1}{2})(n+1)}{3}.$$

Gruppenübung T1 (Aussagenlogik)

(a) Welche der folgenden Aussagen sind Tautologien:

(i) $(\neg A) \vee A$

(ii) $(\neg A) \wedge A$

(iii) $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$, wenn A und B wahr sind.

(iv) $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$, wenn A und B falsch sind.

(b) Angenommen, $A \Rightarrow B$ ist wahr. Welche der folgenden Aussagen ist richtig (wobei "0" für falsch und "1" für wahr steht)?

(i) Wenn $A = 0$, so ist auch $B = 0$.

(ii) Wenn $B = 0$, so ist auch $A = 0$.

(iii) Wenn $A = 1$, so ist auch $B = 1$.

(iv) Wenn $B = 1$, so ist auch $A = 1$.

(c) Was ist äquivalent zu $A \Rightarrow B$?

(i) $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge (\neg B))$

(ii) $(A \vee B) \wedge ((\neg A) \vee (\neg B))$

(iii) $(\neg A) \vee B$

(iv) $A \wedge (\neg B)$

Gruppenübung T2 (Induktion)

Zeigen Sie durch vollständiger Induktion

(a) $2^n < n!$ für $n \in \mathbb{N}, n \geq 4$

(b) Bernoullische Ungleichung: Sei $p \in \mathbb{R}, p \geq -1 : \forall n \in \mathbb{N}_0 : 1 + np \leq (1 + p)^n$.

(c) Wählen Sie im Folgenden $n_c \in \mathbb{N}$ so klein wie möglich und beweisen Sie:

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ und } n \geq n_c : \; 2^n > n^2.$$

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 4. November 2013, 11:00 Uhr** in den mit "'Mathematik I für die Fachrichtung Informationswirtschaft"' gekennzeichneten grünen Abgabekasten im 1. OG des C-Teils des Allianz-Gebäudes ein. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

Webseite: `http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/math1infowirt2013w/`