

**Mathematik I für die Fachrichtung
 Informationswirtschaft**

Wintersemester 2013/2014

Übungsblatt 3

Hausübung H5 (Induktion)

3+3+4 Punkte

In Kapitel zwei der Vorlesung wurde axiomatisch eine induktive Menge N eingeführt. Anschließend wurde eine Addition auf N definiert und schließlich durch vollständige Induktion nachgewiesen, dass die Addition kommutativ und assoziativ ist. Verwenden Sie die Beweisideen der Vorlesung, um für die durch

$$\begin{aligned} n \cdot n_* &:= n_*, \\ n \cdot m' &:= (n \cdot m) + n \end{aligned}$$

rekursiv definierte Multiplikation auf N folgende Eigenschaften nachzuweisen:

- (a) Für alle $m, n \in N$ gilt: $n \cdot m = m \cdot n$ (Kommutativität).
- (b) Für alle $l, m, n \in N$ gilt: $(l \cdot m) \cdot n = l \cdot (m \cdot n)$ (Assoziativität).
- (c) Für alle $l, m, n \in N$ gilt: $(l + m) \cdot n = l \cdot n + m \cdot n$ (Distributivität).

Verwenden Sie dabei nur bereits bewiesene Rechenregeln und Begründen Sie sehr genau, warum die einzelnen Rechenschritte gültig sind.

(Tipp: Es ist hilfreich zunächst zu zeigen, dass $n_* \cdot n = n_*$ gilt (vgl. Lemma 1).)

Hausübung H6 (Mengenlehre)

4+2+4 Punkte

- (a) Geben Sie die folgenden Teilmengen der reellen Zahlen in der aufzählenden Schreibweise an:

$$\begin{aligned} A &:= \{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 13 = 37\}, & B &:= \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 + 9} = 5\}, \\ C &:= \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 5)^2 = 9\}, & D &:= \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 2x^2 - 8x = 0\}. \end{aligned}$$

- (b) Geben Sie nachfolgende Mengen an:

- i) $A \cup B \cup C$
- ii) $D \setminus B$
- iii) $(B \cup A) \cap D$
- iv) $(A \cap B) \cup (C \cap D)$

- (c) Der Betrag $|x|$ einer Zahl x ist definiert als

$$|x| := \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

Geben Sie eine Darstellung der Menge

$$E := \{x \in \mathbb{R} \mid ||x + 3| - 1| - ||x + 1| - 2| \leq -1\}$$

als Intervall bzw. als Vereinigung von Intervallen an.

mündliche Aufgabe M3 (Induktion)

2 Punkte

Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

Für $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ gilt die *geometrische Summenformel*

$$\sum_{j=0}^n q^j = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

mündliche Aufgabe M4 (Aussagenlogik)

2 Punkte

Negieren Sie folgende Aussagen:

- (a) Zu jedem Vorschlag gibt es jemanden, der den Vorschlag kritisiert.
- (b) In manchen Häusern haben nicht alle Wohnungen fließendes Wasser.

