

**Mathematik I für die Fachrichtung
Informationswirtschaft (Wintersemester 2018/2019)**

2. Übungsblatt vom 22. Oktober 2018

Hausübung H3 (Vollständige Induktion)

4 + 4 = 8 Punkte

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion.

- (a) Für alle $N \in \mathbb{N}$ mit $N \geq 2$ gilt

$$\prod_{n=2}^N \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{N}.$$

- (b) Für alle $N \in \mathbb{N}$ ist $5^N + 7$ durch 4 teilbar.

Hausübung H4 (Aussagen über Mengen)

2 + 3 = 5 Punkte

- (a) Seien \mathcal{M}, \mathcal{N} und \mathcal{O} Mengen. Zeigen Sie: Gilt $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{N}$ und $\mathcal{N} \subseteq \mathcal{O}$, so gilt auch $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{O}$.
(Transitivität der Mengeninklusion)
- (b) Sei \mathcal{M} und \mathcal{N} Mengen. Zeigen Sie: $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{N} \Leftrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{M}) \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{N})$

mündliche Aufgabe M1 (Induktion)

2 Punkte

Für natürliche Zahlen a_0, a_1, \dots gelte $a_0 := 2$ und die rekursive Abhängigkeit $a_{n+1} = 2a_n - 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion die explizite Darstellung

$$a_n = 2^n + 1 \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}_0.$$

mündliche Aufgabe M2 (Gaußsche Summenformel)

2 Punkte

Beweisen Sie durch vollständige Induktion: Für alle $N \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{n=1}^N n = \frac{N(N+1)}{2}.$$

Gruppenübung T1 (Regeln von de Morgan)

- (a) Zeigen Sie die *erste Regel von de Morgan*

$$\mathcal{M} \setminus (\mathcal{N} \cap \mathcal{O}) = (\mathcal{M} \setminus \mathcal{N}) \cup (\mathcal{M} \setminus \mathcal{O})$$

für Mengen $\mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{O}$, indem Sie zeigen, dass jedes Element der linken Menge in der rechten Menge enthalten ist und umgekehrt.

- (b) (i) Es seien A und B Aussagen. Zeigen Sie mithilfe einer Wahrheitstafel:

$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B) \quad (1)$$

- (ii) Zeigen Sie unter Verwendung von (1) die *zweite Regel von de Morgan*

$$\mathcal{M} \setminus (\mathcal{N} \cup \mathcal{O}) = (\mathcal{M} \setminus \mathcal{N}) \cap (\mathcal{M} \setminus \mathcal{O})$$

für Mengen $\mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{O}$.

Bitte wenden.

Gruppenübung T2 (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie:

(a) Für alle $N \in \mathbb{N}$ gilt

$$\prod_{n=1}^{N-1} \frac{n+2}{n} = \frac{N(N+1)}{2}.$$

(b) Für alle $k \in \mathbb{N}$ ist $k^3 + 2k$ durch 3 teilbar.

Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **Montag, den 29. Oktober 2018, 9:30 Uhr** in den mit „Mathematik für die Fachrichtung Informationswirtschaft“ gekennzeichneten Abgabekasten im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30) links neben Raum 0.001 ein oder geben Sie Ihre Lösungen direkt vor der Übung ab. Schreiben Sie auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Tutoriumsnummer.

Webseite der Vorlesung: <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/mathe1infowirt2018w/de>

Beachten Sie: Eine Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn der Lösungsweg vollständig und nachvollziehbar dokumentiert ist.