

Mathematische Modelle und numerische Methoden in der Biologie

Sommersemester 2012

2. Übungsblatt

Gruppenübung (Besprechung in der Übung am 10. 5. 2012)

G5:

Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen:

- | | |
|---|--|
| (a) $\frac{d}{dx}c$ | (d) $\frac{d}{dx} \sin(x)$ |
| (b) $\frac{d}{dx} \sum_{i=1}^n c_i x^i$ | (e) $\frac{d}{dx} \cos(x)$ |
| (c) $\frac{d}{dx} e^x$ | (f) $\frac{d}{dx} (y^3 + x^2 + y^1 + x^0)$ |

G6:

Sei

$$f(x) = ax^2$$

$$g(x) = bx$$

Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| (a) $\frac{d}{dx} (f(x) + g(x))$ | (d) $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)}$ |
| (b) $\frac{d}{dx} (f(x) - g(x))$ | (e) $\frac{d}{dx} \frac{1}{f(x)}$ |
| (c) $\frac{d}{dx} f(x) \cdot g(x)$ | (f) $\frac{d}{dx} e^{f(x)}$ |

G7:

Bestimmen Sie die folgenden Integrale

- | | |
|--|-------------------------------|
| (a) $\int_0^2 c dx$ | (e) $\int_0^\pi \cos(x) dx$ |
| (b) $\int_1^2 \sum_{i=1}^n c_i x^i dx$ | (f) $\int_1^2 \sqrt{x} dx$ |
| (c) $\int_1^2 e^x dx$ | (g) $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ |
| (d) $\int_0^\pi \sin(x) dx$ | |

G8:

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix mit Hilfe des charakteristischen Polynoms:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

G9:

Bestimmen Sie den Eigenwert λ der Matrix A zum Eigenvektor v :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

G10:

Zeigen Sie, dass

$$e^x \approx \sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!}$$

indem Sie die Funktion e^x um den Punkt $x_0 = 0$ nach Taylor entwickeln.

G11:

Ein Gepard (*Acinonyx jubatus*) beschleunigt mit konstanter Beschleunigung von $0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ in 4 Sekunden und rennt dann mit konstanter Geschwindigkeit weiter, gibt aber nach 300 m die Verfolgung auf. Eine Thomson-Gazelle (*Eudorcas thomsoni*) flieht mit konstanter Geschwindigkeit von $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und ist 100 m entfernt.

- Mit welcher Beschleunigung bewegt sich der Gepard innerhalb der ersten 4 s?
- Welche Beschleunigung hat er danach?
- Welche Beschleunigung hat die Gazelle?
- Welche Strecke legt der Gepard innerhalb der ersten 4 Sekunden zurück?
- Welche Strecke hat der Gepard nach 8 s zurückgelegt?
- Welche Strecke hat die Gazelle nach 4 s bzw. 8 s zurückgelegt (inklusive des Vorsprungs) ?
- Kann der Gepard die Gazelle fangen? (*Tipp: Fertigen Sie eine Skizze an*)

Tipp: Der Ort $x(t)$, die Geschwindigkeit $v(t)$ und die Beschleunigung $a(t)$ eines Objektes zur Zeit t hängen wie folgt zusammen:

$$a(t) = \frac{d}{dt}v(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t)$$

Hausübung (Abgabe¹ bis zum 24. 5. 2012)

H5: (6 Punkte)

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix mit Hilfe des charakteristischen Polynoms:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

H6: (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Eigenwert λ der Matrix A mit gegebenen Eigenvektor v :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

H7: (8 Punkte)

Zeigen Sie, dass

$$\sin(x) \approx \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

indem Sie die Funktion $\sin(x)$ um den Punkt $x_0 = 0$ nach Taylor entwickeln.

¹Bitte geben Sie Ihre Lösungsvorschläge für die Hausübungen bis zum 24. 5. 2012 bei Ihrem Übungsleiter ab oder werfen Sie sie **vor** Beginn der Übung am 24. 5. 2012 in den grünen Kasten in Stockwerk 1C im Allianzgebäude (Geb. 05.20, Kaiserstr. 93). Erhaltene Punkte werden auf die Klausur angerechnet. Details hierzu entnehmen Sie bitte der Webseite zur Vorlesung: <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/mathmod2012s/>