



## Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft Sommersemester 2009

PD Dr. Nicolas Neuß, Dipl.-Math. Wolfgang Müller

3. Übungsblatt

11. Mai 2009

**Aufgabe 1:** (2 Punkte) Ein Suchalgorithmus habe den Aufwand  $x_n = C \log_2 n$ , wobei  $n$  die Größe der zu durchsuchenden Menge ist und  $x_n$  die schlimmstenfalls benötigte Zeit ist. Angenommen, für  $n = 10^6$  gilt  $x_n = 1$ sek. Wie lange braucht dann eine Suche in  $n = 10^9$  Elementen?

**Aufgabe 2:** (3 Punkte) Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Betrachten Sie die stetige Funktion  $s_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$s_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq \frac{1}{n}, \\ -1 & \text{für } x \leq -\frac{1}{n}, \\ nx & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Zeichnen Sie die Funktion  $s_n$  für  $n = 1, 2, 5$ .

b) Zeigen Sie, dass  $s_n$  bzgl. der Metrik  $d(f, g) = \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)| dx$  eine Cauchy-Folge ist.

**Aufgabe 3:** (4 Punkte) Sei  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Untersuchen Sie die gegebenen Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  auf Beschränktheit.

a)  $a_n = 4 \sin(4n + \frac{\pi}{2})$ ,      b)  $a_n = \frac{n!}{n^n}$ ,      c)  $a_{n+1} := \frac{a_n^2}{2}$ ,  $a_1 := \alpha$ .

**Aufgabe 4:** (4 Punkte) Berechnen Sie den Grenzwert der angegebenen Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

a)  $a_n = \frac{n^3}{n^2 - 3n + 1} - n$ ,      c)  $a_n = \frac{(2n + 3)^6 - 64n^6}{2n^5}$ ,

b)  $a_n = \sqrt{n(n+1)} - n$ ,      d)  $a_n = \sqrt[n]{4^n + 9^n}$ .

Hinweis:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ .

**Aufgabe 5:** (3 Punkte) Sei  $r > 0$  und die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gegeben durch

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2}{2r} + \frac{r}{2}, \quad a_1 = 0.$$

Zeigen Sie, dass die Folge konvergiert, und berechnen Sie ihren Grenzwert.

Website zur Vorlesung: <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/mi2inwi2009s>

**Abgabe:** Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **18.05.2009, 11.30 Uhr** in den Einwurfschlitzen „Mathematik für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppe (A-D) und Ihre/n Tutor/-in.