



Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft Sommersemester 2009

PD Dr. Nicolas Neuß, Dipl.-Math. Wolfgang Müller

4. Übungsblatt

18. Mai 2009

Aufgabe 1: (5 Punkte) Für $x \in \mathbb{R}$ sei

$$M_x = \{x^n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

Das Infimum (bzw. Supremum) von M_x ist dann entweder eine reelle Zahl, oder $-\infty$ (bzw. $+\infty$), falls M_x nach unten (bzw. oben) unbeschränkt ist.

- Geben Sie $\inf M_x$ und $\sup M_x$ in Abhängigkeit von x an. Kennzeichnen Sie auch die Fälle, für die Infimum bzw. Supremum in M_x liegen (also Maximum bzw. Minimum sind).
- Beweisen Sie das Ergebnis für den Fall $x = \frac{1}{2}$ formal.

Aufgabe 2: (6 Punkte) Die Eulersche Zahl e sei definiert durch $e := \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$. Beweisen Sie die Beziehung

$$e = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} := \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$$

durch folgende Schritte:

- Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$ besitzt einen Grenzwert a .
- Für alle $k, n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq k$ gilt $\frac{\binom{n}{k}}{n^k} \leq \frac{1}{k!}$ sowie $\lim_{n \geq k, n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{k}}{n^k} \rightarrow \frac{1}{k!}$.
- Mit Hilfe der beiden vorigen Punkte zeigen Sie nun, dass $e \leq a$ und $e \geq a$.

Aufgabe 3: (2 Punkte) Frau Loot gewinnt am 18. Mai 2009 das Finale in einem Quiz. Der Moderator stellt ihr nun zwei Preise zur Auswahl:

- Sofort einmalig 200 000 EUR.
- Zehn mal 24 000 EUR jeweils zum 18. Mai ab sofort.

Für welchen Preis sollte sich Frau Loot entscheiden, wenn wir einen Marktzinssatz von 5% annehmen.

Aufgabe 4: (3 Punkte) Es sei (a_n) eine monoton fallende Nullfolge und es sei

$$s_n := \sum_{i=1}^n a_i, \quad c_n := s_n - na_n.$$

Zeigen Sie: (s_n) ist konvergent $\iff (c_n)$ ist konvergent.

Hinweis: Beweisen Sie zuerst: (c_n) ist monoton wachsend.

Website zur Vorlesung: <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/mi2inwi2009s>

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **25.05.2009, 11.30 Uhr** in den Einwurfschlitze „Mathematik für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppe (A-D) und Ihre/n Tutor/-in.