Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität • gegründet 1825

Institut für Angewandte
und Numerische Mathematik

# Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft
# Sommersemester 2009

PD Dr. Nicolas Neuß, Dipl.-Math. Wolfgang Müller

7. Übungsblatt 15. Juni 2009

**Aufgabe 1:** (6 Punkte) Nach einem Satz der Vorlesung sind alle Normen auf dem $\mathbb{R}^n$ äquivalent. Beweisen Sie diese Aussage für die Normen: $\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_2$ und $\|\cdot\|_\infty$. Zeigen Sie dazu insbesondere für $x \in \mathbb{R}^n$ die Ungleichungen

$$\begin{aligned} \|x\|_2 &\le \|x\|_1 \le \sqrt{n}\,\|x\|_2 \,, \\ \|x\|_\infty &\le \|x\|_2 \le \sqrt{n}\,\|x\|_\infty \,, \\ \|x\|_\infty &\le \|x\|_1 \le n\,\|x\|_\infty \,. \end{aligned}$$

Geben Sie für jede Ungleichung ein $x \in \mathbb{R}^n$ an, sodass Gleichheit gilt.
Hinweis: Verwenden Sie für die Abschätzung $\|x\|_1 \le \sqrt{n}\,\|x\|_2$ die Cauchy-Schwarz Ungleichung.

**Aufgabe 2:** (3 Punkte) Berechnen Sie mithilfe des Bisektionsverfahren, ausgehend vom Intervall $[1, 2]$, die ersten zehn Näherungen für die reelle Nullstelle des Polynoms $p(x) = x^3 + 4x - 9$.

**Aufgabe 3:** (3 Punkte) Sei $f : [a, b] \longrightarrow [a, b]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass $f$ einen Fixpunkt hat, d.h. dass es ein $x_* \in [a, b]$ gibt mit $f(x_*) = x_*$.

**Aufgabe 4:** (2 Punkte) Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \longrightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x_1, x_2) = \frac{x_1 x_2}{x_1^2 + x_2^2} \,.$$

Kann $f$ stetig auf $\mathbb{R}^2$ fortgesetzt werden?

---

**Website zur Vorlesung**: *http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/mi2inwi2009s*
**Abgabe**: Werfen Sie Ihre Löungen bis zum **22.06.2009**, **11.30 Uhr** in den Einwurfschlitz „Mathematik für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppe (A-D) und Ihre/n Tutor/-in.