



Mathematik II für die Fachrichtung Informationswirtschaft Sommersemester 2009

PD Dr. Nicolas Neuß, Dipl.-Math. Wolfgang Müller

10. Übungsblatt

6. Juli 2009

Aufgabe 1: (2 Punkte) Verwenden Sie den Mittelwertsatz der Differentialrechnung um zu zeigen, dass für jedes $b \in \mathbb{R}$ die Polynomfunktion $p(x) := x^3 - 3x + b$ keine zwei verschiedenen Nullstellen im Intervall $[-1, 1]$ besitzt.

Hinweis: Führen Sie einen Widerspruchsbeweis.

Aufgabe 2: (4 Punkte) Sei $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos(\pi x)}{x^2 - 2x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos 3x}{\log \cos 2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{1 - \cos x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 2x)^{\frac{1}{3x}}$

Aufgabe 3: (4 Punkte) Bestimmen Sie die Taylorreihen mit Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ für die folgenden Funktionen:

$$f_1(x) = \sin(\pi x), \quad f_2(x) = 2x^4 - 3x^3 + x - 1, \quad f_3(x) = \frac{e^x}{2+x}, \quad f_4(x) = \sqrt{x}.$$

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die Reihen gegen die entsprechenden Funktionen f_1, f_2, f_3 und f_4 ?

Aufgabe 4: (2+3 Punkte) Der jährliche Zinssatz einer Bank betrage $p > 0$. Bei einem Kredit vom Betrag $K > 0$ sei die jährliche Rückzahlung $R = rK$ mit $r > 0$.

a) Zeigen Sie induktiv, dass nach m Jahren mit $m \in \mathbb{N}$ die Schulden noch

$$\frac{(1+p)^m(p-r) + r}{p} K$$

betragen.

b) Verwenden Sie das Newton-Verfahren mit dem Startwert $x_0 = r$, um den Zinssatz p_0 mit einer Toleranz $\varepsilon = 10^{-7}$ zu berechnen, wenn der Kredit $K = 15000$ bei einer jährlichen Rate $R = 2000$ nach genau 10 Jahren getilgt ist.

Hinweis: In der Übung haben wir gezeigt, dass das Newton-Verfahren in dieser Anwendung für den Startwert x_0 monoton fallend gegen p_0 konvergiert.

Website zur Vorlesung: <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/ianm3/lehre/mi2inwi2009s>

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösungen bis zum **13.07.2009, 11.30 Uhr** in den Einwurfschlitze „Mathematik für Informationswirte“ im Treppenhaus des Mathematik-Gebäudes, 1. OG, gegenüber von Zimmer 112. Schreiben Sie bitte auf **jedes** Ihrer Blätter Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, Ihre Gruppe (A-D) und Ihre/n Tutor/-in.