

Numerische Mathematik 2

Sommersemester 2015

Tutorium 1

Aufgabe 1 (Newton-Verfahren)

Die Berechnung des Kehrwerts einer reellen Zahl $a > 0$ kann mit dem Newton-Verfahren so realisiert werden, dass zur Berechnung nur Additionen und Multiplikationen nötig sind.

- Formulieren Sie die Berechnung von $\frac{1}{a}$ als Nullstellenproblem einer geeigneten Funktion f so, dass das zugehörige Newton-Verfahren $x_{k+1} = \Psi(x_k)$ keine Division benötigt.
- Skizzieren Sie die Funktion Ψ . Geben Sie mit Hilfe des Banach'schen Fixpunktsatzes ein Intervall an, für welches das Newton-Verfahren konvergiert. Geben Sie zusätzlich einen Startwert x_0 an, für den das Verfahren nicht gegen die gesuchte Lösung konvergiert.
- Zeigen Sie, dass das Newton-Verfahren für alle Startwerte $x_0 \in (0, \frac{1}{a})$ gegen die gesuchte Lösung konvergiert.
- Führen Sie zwei Schritte des Newton-Verfahrens zur Berechnung von $\frac{1}{6}$, ausgehend vom Startwert $x_0 = 0.1$, durch.

Aufgabe 2 (Fixpunktiteration)

Zeigen Sie mit Hilfe einer geeigneten Fixpunktiteration, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + \sqrt{2}}}}}_{n \text{ Quadratwurzeln}} = 2$$

gilt.

Aufgabe 3 (Newton-Verfahren)

Gegeben sei eine Situation, in der es notwendig ist die Schnittpunkte des Kreises $x^2 + y^2 = 2$ und der Hyperbel $x^2 - y^2 = 1$ zu bestimmen.

- Bestimmen Sie die exakten Lösungen.
- Schreiben Sie die Aufgabe als Nullstellenproblem mit einer geeigneten Funktion F . Formulieren Sie das Newton-Verfahren für dieses Problem und führen Sie, ausgehend vom Startvektor $(x_0, y_0)^T = (1, 1)^T$, einen Iterationschritt des Verfahrens durch.

Die Aufgaben werden am

- **Freitag, den 24. April 2015, 14:00 Uhr,**
- **Dienstag, den 28. April 2015, 14:00 Uhr,**
- **Mittwoch, den 29. April 2015, 15:45 Uhr,**

in den Theorietutorien besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa022015s/de> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.