

## Numerische Mathematik 2

Sommersemester 2015

## Tutorium 2

### Aufgabe 4 (Eigenwerte)

Was wissen Sie über die Eigenwerte

- (i) einer unitären Matrix  $U^H = U^{-1}$ .
- (ii) einer selbstadjungierten Matrix  $S^H = S$ .
- (iii) einer schieferhermiteschen Matrix  $T^H = -T$ .
- (iv) einer Matrix  $M \in \mathbb{C}^{n \times n}$  mit  $M^T = M$ .
- (v) einer negativ definiten Matrix  $N \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .
- (vi) einer positiv semidefiniten Matrix  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .
- (vii) von  $A + B$ , falls Sie die Eigenwerte  $\lambda_j$  von  $A$  und  $\mu_j$  von  $B$  bereits kennen.

### Aufgabe 5 (Verallgemeinertes Eigenwertproblem)

Sei  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  eine symmetrische und  $B \in \mathbb{C}^{n \times n}$  eine symmetrische und positiv definite Matrix. Zeigen Sie, dass das verallgemeinerte Eigenwertproblem  $Ax = \lambda Bx$  auf ein äquivalentes Eigenwertproblem  $Cy = \lambda y$  mit einer symmetrischen Matrix  $C \in \mathbb{C}^{n \times n}$  zurückgeführt werden kann.

### Aufgabe 6 (Einschließungssätze)

Verwenden Sie den Satz von Gershgorin und den Satz von Bendixson-Hirsch, um die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

möglichst genau abzuschätzen. Stellen Sie Ihre Abschätzung grafisch in der komplexen Ebene dar.

### Aufgabe 7 (Rayleigh-Quotient)

Sei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  eine symmetrische Matrix. Zeigen Sie, dass

$$(i) \quad \lambda_{\min} = \min_{x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}} \frac{x^T A x}{x^T x} \quad (ii) \quad \lambda_{\max} = \max_{x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}} \frac{x^T A x}{x^T x}$$

gilt.

---

Die Aufgaben können am

- Freitag, den 8. Mai 2015, 14:00 Uhr,
- Dienstag, den 12. Mai 2015, 14:00 Uhr,
- Mittwoch, den 13. Mai 2015, 15:45 Uhr,

in den Theoretutorien bearbeitet werden.

### Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa022015s/de> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.