

Numerische Mathematik 2

Sommersemester 2015

Tutorium 6

Aufgabe 19 (CG-Verfahren)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine symmetrisch positiv definite Matrix. Zeigen Sie, dass das CG-Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ mit Startvektor x_0 (bei exakter Arithmetik) die exakte Lösung nach höchstens k Schritten liefert, wenn eine der beiden folgenden Bedingungen erfüllt ist:

- (i) Das Residuum $r_0 = b - Ax_0$ ist Linearkombination von k Eigenvektoren von A .
- (ii) A hat höchstens k paarweise verschiedene Eigenwerte.

Aufgabe 20 (CG-Verfahren)

Für gegebenes x_0 und $r_0 = p_1 = b - Ax_0$ seien die Rekursionen

$$\begin{aligned} x_m &= x_{m-1} + \tau_m p_m \\ r_m &= r_{m-1} - \tau_m A p_m \\ p_{m+1} &= r_m + \mu'_m p_m \end{aligned}$$

gegeben. Zeigen Sie:

- (a) Die Iterierten r_m sind die Residuenvektoren zu x_m , d.h. es gilt $r_m = b - Ax_m$.
- (b) Wenn $m \leq \dim \mathcal{K}_n(A, r_0)$ und $\tau_j \neq 0$, $\mu'_{j+1} \neq 0$ für $j = 1, \dots, m$, dann gilt:

$$\text{span}\{r_0, \dots, r_{m-1}\} = \text{span}\{p_1, \dots, p_m\} = \mathcal{K}_m(A, r_0).$$

Aufgabe 21 (CG-Verfahren)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine symmetrische positiv definite Matrix und $b \in \mathbb{R}^n$. Für die Anwendung des CG-Verfahrens zur Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ mit Startwert $x^0 = 0$ gilt:

- (a) Die Iterierten x_m haben die Form $x_m = Q_{m-1}(A)b$ für ein $Q_{m-1} \in \mathcal{P}_{m-1}$.
- (b) Die Residuen r_m haben die Form $r_m = \tilde{Q}_m(A)b$ mit $\tilde{Q}_m \in \mathcal{P}_m$ und es gilt $\tilde{Q}_m(t) = 1 - tQ_{m-1}(t)$.

Die Aufgaben können am

- Freitag, den 10. Juli 2015, 14:00 Uhr,
- Dienstag, den 14. Juli 2015, 14:00 Uhr,
- Mittwoch, den 15. Juli 2015, 15:45 Uhr,

in den Theorietutorien bearbeitet werden.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa022015s/de> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.



Geht wählen!

AStA^{KIT}

6.-10. Juli 2015

Studierendenparlament und Fachschaften