

Numerische Mathematik 1  
Übungsblatt 3 vom 21. November 2012

Wintersemester 2012/13

Programmierpraktikum

**Programmieraufgabe 6** (QR-Zerlegung) (Abgabe)  
Gegeben sei eine Matrix  $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $M \geq N$  in oberer Hessenberg-Form, das heißt  $A[i, j] = 0$  für  $i > j + 1$ .

Schreiben Sie ein Programm, das zu einer solchen Matrix  $A$  eine  $QR$ -Zerlegung mittels Givens-Rotationen berechnet. Die Matrix  $A$  soll dabei mit  $R$  überschrieben werden. Binden Sie diese Routine in ein Programm zum Lösen eines linearen Gleichungssystems der Form  $Ax = b$  bzw.  $QRx = b$  ein. Testen Sie Ihr Programm mit der Matrix  $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$  mit

$$A[i, j] = \begin{cases} \frac{1}{i+j-1} & \text{falls } i \leq j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und dem Vektor  $b \in \mathbb{R}^N$ ,  $b[i] = \sum_{j=1}^N A[i, j]$  für  $N = 100, 500, 1000$ .

Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Schreiben Sie eine Funktion `function [Q,A] = qr_givens_hess(A)` mit Eingabematrix  $A$ , sowie Ausgabeparameter der orthogonalen Matrix  $Q$  und der geänderten Matrix  $A$  in oberer Dreiecksgestalt.  
**Hinweis: Berechnen Sie in jedem Schritt nur diejenigen Zeilen von  $A$  und diejenigen Spalten von  $Q$ , die auch wirklich geändert werden!**
- Schreiben Sie eine Lösungsroutine `function x = back_substitution(R,b)`, welche die Rückwärtssubstitution mit einer gegebenen rechten oberen Dreiecksmatrix  $R$  auf den Vektor  $b$  anwendet.
- Schreiben Sie eine Funktion `function x = solve_qr_hess(A,b)` zur Lösung des Gleichungssystems  $Ax = b$  mit Hilfe der  $QR$ -Zerlegung.
- Implementieren Sie als Hauptprogramm die oben definierte Testmatrix der Größen  $N = 100, 500, 1000$  und wenden Sie das Lösungsverfahren an. Messen Sie mit Hilfe von `tic...toc` die Berechnungszeit und geben Sie außerdem den Fehler  $\|x - x_b\|$  an, wobei mit  $x_b$  die berechnete Lösung und  $x$  die tatsächliche Lösung beschrieben wird.

---

**Abgabe der Programmieraufgaben:**

Die bearbeiteten Programmieraufgaben können Sie mittwochs von 15:00 - 17:00 im Rechnerpool Geb. 01.93 (Kronenstr. 32, Raum 101) vorführen und erläutern. Dort haben Sie auch die Möglichkeit, unter Hilfestellung zu programmieren. Die Abgabe dieses Programmierblattes ist bis spätestens **Mittwoch, den 12. Dezember 2012** möglich.

**Service/Material:**

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12012w/> finden Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch aktuelle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.

**Sprechstunden:**

Prof. Dr. Christian Wieners: Dienstag, 09.30-10.30 Uhr und nach Vereinbarung  
Dipl.-Math. techn. Daniel Maurer: Mittwoch, 14.30-15.30 Uhr und nach Vereinbarung