

Numerische Mathematik 1

Tutorium 1 (29.10 - 02.11)

Wintersemester 2012/13

Aufgabe 1 (Vergleich zweier LR -Zerlegungen)

Betrachten Sie zu den Matrizen $A_1, A_2 \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$,

$$A_1 = \begin{pmatrix} d_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 \\ b_2 & 0 & d_2 & 0 & 0 \\ b_3 & 0 & 0 & d_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & 0 & d_4 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} d_4 & 0 & 0 & 0 & b_4 \\ 0 & d_3 & 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & d_2 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & d_1 & b_1 \\ a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & d_0 \end{pmatrix},$$

die Gauß-Elimination (ohne Pivotisierung). Zeigen Sie, dass bei der Anwendung auf A_1 im Allgemeinen alle Nulleinträge bereits im ersten Schritt des Algorithmus zerstört werden, wohingegen die Struktur von A_2 während des Algorithmus erhalten bleibt.

Aufgabe 2 (LR -Zerlegung mit Spaltenpivotsuche)

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 12 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -8 \\ -1 & -4 & -8 & 3 \\ 2 & 4 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die LR -Zerlegung der Matrix A mit Spaltenpivotsuche und lösen Sie damit das LGS $Ax = b$. Geben Sie außerdem die Determinante der Matrix A an. Spaltenpivotsuche heißt dabei, dass als Pivotelement das betragsmäßig größte Element in der jeweiligen Spalte genommen wird.

Aufgabe 3 (Rückwärtssubstitution)

Berechnen Sie die Anzahl der arithmetischen Operationen der Rückwärtssubstitution.

Aufgabe 4 (Cholesky-Zerlegung)

Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= 4 \\ -2x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= -7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 &= 10 \end{aligned}$$

unter Verwendung der Cholesky-Zerlegung.