

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Programmierblatt 1

Aufgabe 3 (Trapez- und Simpsonregel)

Schreiben Sie zwei MATLAB-Funktionen

`int = trapez(f, a, b, N)` und `int = simpson(f, a, b, N)`,

welche für eine gegebene Funktion f das Integral

$$\int_a^b f(x) dx$$

mit der Trapezregel und der Simpsonregel näherungsweise berechnen. Die Funktionen sollen das Intervall $[a, b]$ in N äquidistante Teilintervalle aufteilen und mit der summierten Trapezregel bzw. Simpsonregel das Integral über f approximieren.

Testen Sie diese MATLAB-Funktionen mit der Funktion

$$f(x) = \cos x e^{\sin x}, \quad a = 0, b = 3.$$

Schreiben Sie dazu eine weitere Funktion zur Auswertung von f und ein MATLAB-Skript, welches die Funktionen für $N = 2, 4, 8, 16, 32, 64$ aufruft.

Untersuchen Sie für die Verfahren die Abhängigkeit des Fehlers von der Länge $h=3/N$ der Teilintervalle. Tragen Sie dazu den Logarithmus des Fehlers (was ist der exakte Wert des Integrals?) als Funktion von $\log(h)$ auf. Was fällt Ihnen auf?

Optional:

Schreiben Sie die Funktion `trapez` so, dass sie auch mit nur zwei Argumenten (`f, xvec`) aufgerufen werden kann. Dabei ist

`xvec = [x1, x2, ..., xn]` mit $a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$,

eine nicht notwendigerweise äquidistante Diskretisierung des Intervalls $[a, b]$. Das Integral über f soll nun mit der summierten Trapezregel auf den Teilintervallen $[x_k, x_{k+1}]$ für $k = 1, \dots, n$ approximiert werden.

Hilfreiche Befehle: `linspace`, `feval`, `loglog`

Aufgabe 4 (Ordnung einer Quadraturformel)

Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion

`p = quadord(b, c)`,

die zu gegebenen Knoten c_j und Gewichten b_j die genaue Ordnung der Quadraturformel bestimmt.

Optional:

Versuchen Sie die Funktion möglichst effizient zu programmieren. Schreiben Sie dazu zuerst eine MATLAB-Funktion

`V = vand(c, p)`,

die für $(c_j)_{j=1}^s$ die sogenannte Vandermondematrix V

$$V = (v_{qj}) \in \mathbb{R}^{p \times s} \quad \text{mit} \quad v_{qj} = c_j^{q-1}, \quad q = 1, \dots, p \quad \text{und} \quad j = 1, \dots, s$$

berechnet. Benutzen Sie diese zur effizienten Berechnung der Ordnung.

Hilfreiche Befehle: `abs`, `min`, `find`

Die Aufgaben werden am **Donnerstag, den 6. November 2014, 15:45 Uhr** und am **Montag, den 10. November 2014, 09:45 Uhr** in den Programmierkursen besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.