

Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

Programmierblatt 4

Aufgabe 9 (Gleitkomma-Arithmetik)

Ziel dieser Aufgabe ist es die Problematik der Gleitkomma-Arithmetik mithilfe von MATLAB zu Veranschaulichen. Machen Sie sich dazu zunächst mit den MATLAB-Befehlen

`realmax`, `realmin`, `eps(x)`

vertraut. Führen Sie den MATLAB-Befehl `format long e` aus. Beantworten Sie dann nachfolgende Fragen im Hinblick darauf, was Sie in der Vorlesung über Gleitkomma-Arithmetik gelernt haben:

- Warum gilt $\sin(\pi) \neq 0$?
- Woher kommt der Exponent bei `realmax('single')`, `realmax('double')`?
- Warum gilt `realmax('single') ≤ realmax('double')`?
- Warum gilt `eps(realmin) = eps(realmin/2)`?
- Warum gilt `eps(x) < eps(y)` für $x < y$?
- Warum gilt für alle x die Ungleichung `eps(x) < eps(single(x))`?
- Was passiert bei `5 + eps(5)`?
- Was passiert bei `5 + 499/1000*eps(5)` und `5 + 501/1000*eps(5)`?
- Was passiert bei `realmax + 499/1000*eps(realmax)` und `realmax + 501/1000*eps(realmax)`?

Aufgabe 10 (Numerische Probleme)

Im Folgenden betrachten wir einige Beispiele, die numerische Probleme verursachen. Ziel dieser Aufgabe ist es zunächst die Beispiele in MATLAB umzusetzen. In jedem Beispiel tritt ein numerisches Problem auf. Versuchen Sie zu erklären, wie dieses Problem zustande kommt.

- Definieren Sie die Zahl $b=100$, ziehen Sie in einer `for`-Schleife 60-mal die Wurzel und quadrieren Sie das erhaltene Ergebnis anschließend in einer weiteren `for`-Schleife 60-mal. Welches Ergebnis erwarten Sie? Was fällt Ihnen auf?
- Werten Sie das Polynom

$$f(x, y) = x^3 + 12xy^2 - 8y^3 - 6x^2y$$

an der Stelle $x = 10\,000\,000$, $y = 4\,999\,999$ aus. Welches Ergebnis erwarten Sie (Stichwort: Binomischer Lehrsatz)?

Hilfreicher Befehl: `sprintf('% 20.1f', a)`

- Werten Sie die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0 \end{cases}$$

an den Stellen $x = 10^k$ für $k = 0, -1, -2, \dots, -16$ aus. Was erwarten Sie?

- Addieren Sie in einer `while`-Schleife so lange den Wert 0.1, bis der Wert 1 erreicht ist. Welches Problem tritt auf? Wie könnten Sie Abhilfe schaffen?
- Werten Sie das Polynom

$$p(x) = x^9 - 18x^8 + 144x^7 - 672x^6 + 2016x^5 - 4032x^4 + 5376x^3 - 4608x^2 + 2304x - 512 \\ (= (x - 2)^9)$$

an den Stellen `x=single(linspace(1.8,2.2,300))` aus. Hierbei wird MATLAB künstlich gezwungen im *single precision* Format zu rechnen. Vergleichen Sie die Auswertung des Polynoms in Monomdarstellung mit der Auswertung des Polynoms mithilfe des Horner-Schemas. Was fällt Ihnen auf?

Die Aufgaben werden am **Donnerstag, den 18. Dezember 2014, 15:45 Uhr** und am **Montag, den 22. Dezember 2014, 09:45 Uhr** in den Programmierkursen besprochen.

Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.