

# Numerische Mathematik 1

Wintersemester 2014/15

## Programmierblatt 5

### Aufgabe 11 (Kahan-Algorithmus)

Rundungsfehler können durch das Anwenden des *Kahan-Algorithmus* abgemildert werden. Um diesen Algorithmus zu verstehen sei das Gleitkommasystem  $\mathcal{F}(10, 6, -\infty, \infty)$  und der Vektor  $y = [10000.0 \ 3.14159 \ 2.71828]$  gegeben. Im Folgenden sollen die Einträge dieses Vektors unterschiedlich aufsummiert werden.

(a) Berechnen Sie von Hand

(i) den Wert  $f1(10000.0 + 3.14169 + 2.71828)$ .

(ii) die Summe gemäß des Algorithmus

```
S = y(1)
for i = 2:length(y)
    S = S + y(i)
end
```

(iii) die Summe gemäß des Algorithmus

```
S = y(1)
c = 0
for i = 2:length(y)
    z = y(i) - c
    temp = S + z
    c = (temp - S) - z
    S = temp
end
```

Was fällt Ihnen auf?

(b) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, in welchem Sie Ihre Ergebnisse für die beiden Algorithmen aus (a) verifizieren.

**Hilfreiche Befehle:** `str2double(sprintf('%6g', x))` liefert die Zahl  $x$  mit 6 signifikanten Ziffern.

### Aufgabe 12 (LR-Zerlegung)

(a) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion

$$A = \text{LRdecomp}(A)$$

welche für eine allgemeine Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  eine LR-Zerlegung ohne Pivotisierung berechnet. Dabei soll im Laufe der Berechnung die Matrix  $A$  durch die Matrizen  $L$  und  $R$  überschrieben werden.

(b) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion

$$x = \text{LRsolve}(LR, b)$$

welche die Lösung linearen Gleichungssystems  $Ax = b$  durch Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen bestimmt. Dabei ist LR die Matrix in der die LR-Zerlegung von  $A$  abgespeichert wurde.

(c) Testen Sie Ihre Programme in einem MATLAB-Skript mit den beiden Matrizen

$$\begin{pmatrix} 11 & -5 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -20 & 41 & -15 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & -3 & 7 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & -10 & 28 & -15 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & -15 & 47 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 8 & 7 \\ -2 & 2 & -1 & 4 \\ -4 & 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

sowie den zugehörigen Vektoren

$$(500 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T \quad \text{und} \quad (12 \ 24 \ 36 \ 48)^T.$$

Obwohl beide Matrizen invertierbar sind, treten im zweiten Fall Probleme auf. Warum?

(d) Modifizieren Sie die Funktion `LRdecomp` derart, dass eine LR-Zerlegung mit Spaltenpivotsuche durchgeführt wird und zusätzlich ein Vektor `permvec` mit den Zeilenvertauschungen ausgegeben wird. Dieser Vektor soll der Funktion `LRsolve` als zusätzlicher Parameter übergeben werden und dort vor dem Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen zur entsprechenden Vertauschung der rechten Seite eingesetzt werden.

Die Aufgaben werden am **Donnerstag, den 15. Januar 2015, 15:45 Uhr** und am **Montag, den 19. Januar 2015, 09:45 Uhr** in den Programmierkursen besprochen.

### Homepage:

Unter <http://www.math.kit.edu/ianm3/lehre/numa12014w/> erreichen Sie die Homepage zur Vorlesung. Dort finden Sie neben den aktuellen Übungsblättern auch alle Informationen zum Vorlesungsbetrieb.